デジタルハリウッド大学

2019 年度　一般入学試験　A 方式

数学問題（60 分）

受験についての注意

1. 監督の指示があるまで、問題冊子は開かないこと。
2. 携帯電話、スマートフォンなどの音が鳴るような電子機器は全て電源を切っておくこと。
3. 腕時計を持ってきている者は、予め机の上の見える位置に置き、試験中は触らないこと。
4. 試験開始前に監督から指示があったら、解答用紙の所定欄に氏名と受験番号を記入すること。
5. 監督から試験開始の合図があったら、この問題冊子を開き、16 ページ（白紙のページを含む）そろっているか確認すること。
6. 解答は、解答用紙の各選択肢から正解と思う符合または数字を一つ選び、マーク欄をぬりつぶすこと。マーク欄以外には何も記載しないこと。解答の際には、マーク欄の枠からはみ出したり、白い部分を残したり、そのほかの部分に記入したりしないこと。
7. 筆記用具は HB の黒鉛筆、または HB のシャープペンシルを使用すること。その他の筆記用具の使用は認めない。
8. マークを訂正する場合は、消しゴムで丁寧に消すこと。消しくずはきれいに取り除くこと。
9. 時計のアラームや計算機能、辞書機能などは一切使用しないこと。
10. 解答用紙を折り曲げたり、破ったりしないこと。
11. 試験中の退場は認めない。
12. この問題冊子と解答用紙は持ち帰り厳禁とする。試験終了後、ともに回収される。

第 1 問（配点 25）

[1] 命題について考える。

(1) 命題「$a^2 > 4$」が真となるような実数 a の値の範囲は「$a <$ $\boxed{\text{アイ}}$

または $\boxed{\text{ウ}}$ $< a$」であるから，二つの命題「$a^2 > 4$」と「$a <$ $\boxed{\text{アイ}}$

または $\boxed{\text{ウ}}$ $< a$」は $\boxed{\text{エ}}$ である。

また，命題「$a > -2$ ならば，$a^2 > 4$」は $\boxed{\text{オ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{エ}}$ と $\boxed{\text{オ}}$ には当てはまるものを下の ⓪～⑤ から一つずつ選べ。

⓪ 真　① 偽　② 仮定　③ 結論　④ 同値　⑤ 反例

(2) 「$a > -2$」を満たすすべての実数 a に対して，「$(a+b)^2 > 4$」が 常に成り立つ正の実数 b の最小値は $\boxed{\text{カ}}$ であるから，命題「$a > -2$ かつ $b \geqq \boxed{\text{カ}}$」は「$(a+b)^2 > 4$」であるための $\boxed{\text{キ}}$ 。

また，命題「$a > -2$ かつ $b \geqq \boxed{\text{カ}}$ ならば，$(a+b)^2 > 4$」の対偶は「$\boxed{\text{ク}}$ ならば $\boxed{\text{ケ}}$」である。

ただし，$\boxed{\text{キ}}$ には当てはまるものを下の ⓪～③ のうちから一つ選び，$\boxed{\text{ク}}$ と $\boxed{\text{ケ}}$ には当てはまるものを下の ④～⑨ のうちから一つずつ選べ。

⓪ 必要十分条件である
① 十分条件ではあるが，必要条件ではない
② 必要条件ではあるが，十分条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

④ $a > -2$ かつ $b \geqq \boxed{\text{カ}}$
⑤ $a > -2$ または $b \geqq \boxed{\text{カ}}$
⑥ $a \leqq -2$ かつ $b < \boxed{\text{カ}}$
⑦ $a \leqq -2$ または $b < \boxed{\text{カ}}$
⑧ $(a+b)^2 > 4$
⑨ $(a+b)^2 \leqq 4$

[2] ２つのデータ x, y の相関係数について考える。
データ x の平均値を $\bar{x}=100$，分散を $s_x^2=100$，標準偏差を $s_x=10$ とし，
データ y の平均値を $\bar{y}=200$，分散を $s_y^2=400$，標準偏差を $s_y=20$ とし，
x と y の共分散を $s_{xy}=-150$ とする。

(1) x と y の相関係数 r を小数点以下第 2 位まで求めると，

$$r = \frac{\boxed{ア}}{\boxed{イ}\ \boxed{ウ}} = \boxed{エオ}.\boxed{カキ}$$

である。

ただし，$\boxed{ア}$ ～ $\boxed{ウ}$ には当てはまるものを下の ⓪～⑦ から一つずつ選べ。なお，$\boxed{イ}$ と $\boxed{ウ}$ は解答の順序を問わない。

⓪ $\bar{x}$　① $\bar{y}$　② s_x　③ s_x^2
④ s_y　⑤ s_y^2　⑥ s_{xy}　⑦ s_{xy}^2

(2) 一般に，相関係数 r が取る値の範囲は $\boxed{クケ} \leqq r \leqq \boxed{コ}$ であり，(1) の計算結果からは，データ x の値が増加すると，データ y の値は $\boxed{サ}$ 傾向にあることが分かる。

ただし，$\boxed{サ}$ には当てはまるものを下の ⓪～② から一つ選べ。

⓪ 減少する　① 増加する　② 変化しない

第２問（配点 25）

a を実数の定数として，2 次方程式

$$x^2-(4a-2)\,x+6a^2-4a-2=0 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ❶$$

について考える。

(1) 2 次方程式 ❶ の解を α , β で表すと，$\alpha\beta=\boxed{\text{ア}}\,a^2-\boxed{\text{イ}}\,a-\boxed{\text{ウ}}$

であるから，正と負の解を一つずつ持つような a の値の範囲は

$\dfrac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}<a<\boxed{\text{キ}}$ である。

(2) 2 次関数

$$y=x^2-(4a-2)\,x+6a^2-4a-2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ❷$$

のグラフの頂点は $\left(\boxed{\text{ク}}\,a-\boxed{\text{ケ}},\ \boxed{\text{コ}}\,a^2-\boxed{\text{サ}}\right)$ である。

(3) 2 次方程式 ❶ が異なる 2 つの解を持つような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}<a<\frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}}}{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

(4) 2 次関数 ❷ のグラフの軸が x 軸の負の部分と交わるような a の値の範囲は

$$a < \frac{\boxed{\text{チ}}}{\boxed{\text{ツ}}}$$

である。

(5) 2 次方程式 ❶ が異なる 2 つの負の解を持つためには，設問 (3), (4) の条件に加えて， ❷ のグラフと y 軸との交点の y 座標が $\boxed{\text{テ}}$ であればよいから，

$$a < \frac{\boxed{\text{トナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}, \quad \boxed{\text{ヌ}} < a$$

である。

よって，2 次方程式 ❶ が異なる 2 つの負の解を持つような a の値の範囲は，

$$\frac{\boxed{\text{ネ}}\sqrt{\boxed{\text{ノ}}}}{\boxed{\text{ハ}}} < a < \frac{\boxed{\text{ヒフ}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{テ}}$ には当てはまるものを下の ⓪ ～ ② から一つ選べ。

⓪ 負　　① 0　　② 正

第３問（配点 25）

[1] $0° \leqq \theta \leqq 180°$ のとき $\tan\theta = \dfrac{1}{2}$ とすると，θ は $\boxed{\text{ア}}$ であるから，

$$\cos\theta = \frac{\boxed{\text{イ}}\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}, \quad \sin\theta = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

また，

$$A = \cos(90° - \theta)\ \sin(180° - \theta)\ -\ \sin(90° - \theta)\ \cos(180° - \theta)$$

とおくと，三角比の性質より，$A = \boxed{\text{キ}}$ であり，

$$A - \tan(90° - \theta)\ \tan(180° - \theta) = \boxed{\text{ク}}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ には当てはまるものを下の ⓪ ～ ② から一つ選べ。

⓪ 鋭角　　① 直角　　② 鈍角

[2] △ABC において，AB = 4, BC = 2, ∠ABC = 120° とすると，

$$\cos\angle ABC = \frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}, \quad \sin\angle ABC = \frac{\sqrt{\boxed{エ}}}{\boxed{オ}}$$

であり，CA = $\boxed{カ}\sqrt{\boxed{キ}}$ である。

(1) △ABC の面積は $\boxed{ク}\sqrt{\boxed{ケ}}$ で，外接円の半径は $\dfrac{\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サシ}}}{\boxed{ス}}$ である。

(2) 辺 CA の中点を D とし，線分 BD の延長が B の反対側で外接円と交わる点を E とすると，BD = $\sqrt{\boxed{セ}}$ であり，DE = $\dfrac{\boxed{ソ}\sqrt{\boxed{タ}}}{\boxed{チ}}$ である。

第４問と第５問のうちのどちらか１問を選んで解答せよ。

第４問（選択問題）（配点 25）

数字が書かれたカード $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ がそれぞれ 1 枚ずつある。

(1) この 5 枚のカードから 3 枚のカードを選んだときのカードの組合せは $\boxed{\text{アイ}}$ 通りあり，5 枚のカードから 3 枚のカードを取り出して一列に並べる並べ方は全部で $\boxed{\text{ウエ}}$ 通りある。

(2) この 5 枚のカードから 3 枚のカードを選んで，一列に並べたときにできる 3 桁の数について考える。

(a) 3 桁の数の百の位が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であり，十の位も奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ であり，3 桁のすべての位が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(b) 同様に，百の位が奇数，十の位が偶数，一の位が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。また，百の位が偶数，十の位が偶数，一の位が奇数の確率は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タチ}}}$ であり，百の位が偶数，十の位が奇数，一の位が奇数の確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(c) 3 桁の数が奇数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$ である。

(d) 1 桁目が奇数であるとき，その 3 桁の数が奇数である条件付き確率は

$\dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$ である。

(e) 3 桁の数が偶数である確率は $\dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$ である。

第５問（選択問題）（配点 25）

1 次不定方程式について考える。

(1) 不定方程式

$$-113x + 51y = 7 \qquad \cdots\cdots\cdots ❶$$

の整数解をユークリッドの互除法で求める。

$$113 = \boxed{ア} \cdot 51 + \boxed{イウ}$$

$$51 = \boxed{エ} \cdot \boxed{イウ} + \boxed{オ}$$

であるから，

$$-113 \cdot \boxed{カ} + 51 \cdot \boxed{キ} = 7$$

と整数解 $x = \boxed{カ}$，$y = \boxed{キ}$ を見つけることができる。

不定方程式 ❶ を直線の式 $y = ax + b$ の形に整理すると，その直線の傾きは $\dfrac{\boxed{クケコ}}{\boxed{サシ}}$ であるから，一つの整数解の点から x 方向に $\boxed{スセ}$，y 方向に $\boxed{ソタチ}$ だけ移動した点も整数解となる。さらに，$\boxed{スセ}$ と $\boxed{ソタチ}$ は互いに素であるから，❶ の一般の整数解は整数 m を使って，

$$x = \boxed{カ} + \boxed{スセ}\,m, \quad y = \boxed{キ} + \boxed{ソタチ}\,m \qquad \cdots\cdots\cdots ❷$$

と表すことができる。

(2) 設問 (1) の考察をもとに

$$-113X + 51Y = 1 \qquad \cdots\cdots\cdots ❸$$

の整数解を考える。

❷ の２つの式が共に 7 の倍数となる最小の正の整数は $\boxed{\text{ツ}}$ であるから，

❶ にその解を代入して両辺を 7 で割ることで，不定方程式 ❸ の一つの整数解

$$X = \boxed{\text{テト}}, \quad Y = \boxed{\text{ナニ}}$$

を求めることができる。よって，❸ の一般の整数解は，整数 m を用いて，

$$X = \boxed{\text{テト}} + \boxed{\text{スセ}}\,m, \quad Y = \boxed{\text{ナニ}} + \boxed{\text{ソタチ}}\,m$$

である。