デジタルハリウッド大学

2020 年度　一般入学試験　A 方式

数学　［60 分］

【 注 意 事 項 】

1. 試験監督の指示があるまでは、問題冊子は開かないこと。
2. 試験監督から指示があったら、解答用紙に氏名・受験番号を正確に記入し、受験番号マーク欄にも受験番号を正確にマークすること。
3. 試験開始の合図後、この問題冊子を開き、16 ページ（白紙ページ含む）揃っているか確認すること。
4. 乱丁、落丁、印刷不鮮明などがある場合は、手を挙げて試験監督に知らせること。
5. 解答は、すべて別紙の解答用紙の解答欄にマークすること。
6. 試験開始から終了までの間は、試験教室から退出できません。
7. 不正行為を行った場合は、その時点で受験の中止と退室を指示され、同日受験したすべての科目の成績が原則無効となる。
8. 解答用紙は試験終了後、回収される。問題冊子は持ち帰っても良い。
9. 第 4 問と第 5 問は選択問題である。どちらか 1 問を選んで解答すること。両方解答した場合は、第 4 問と第 5 問の得点は全て無効となる。

第１問（配点 25）

[1] 三平方の定理に出てくる式

$$a^2+b^2 = c^2 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots$$

を満たす整数 a, b, c の組を見つける方法を考える。

$$(x-y)^2 = x^{\boxed{\text{ア}}} - \boxed{\text{イ}}\,xy + y^{\boxed{\text{ウ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots$$

$$(x+y)^2 = x^{\boxed{\text{ア}}} + \boxed{\text{イ}}\,xy + y^{\boxed{\text{ウ}}} \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots$$

であるから，

$$(x-y)^2 + \boxed{\text{エ}}\,xy = (x+y)^2$$

と式　　に近い式が得られる。ただし，$x>y>0$ とする。

$\boxed{\text{エ}}\,xy$ は平方になっていないが，x を x^2 で，y を y^2 で置き換えると，

$$\boxed{\text{エ}}\,x^2y^2 = \left(\boxed{\text{オ}}\,xy\right)^2$$

と平方にすることができる。この置き換えで，式　　と　　は

$$\left(x^2-y^2\right)^2 = x^{\boxed{\text{カ}}} - \boxed{\text{キ}}\,x^{\boxed{\text{ク}}}y^{\boxed{\text{ケ}}} + y^{\boxed{\text{コ}}}$$

$$\left(x^2+y^2\right)^2 = x^{\boxed{\text{カ}}} + \boxed{\text{キ}}\,x^{\boxed{\text{ク}}}y^{\boxed{\text{ケ}}} + y^{\boxed{\text{コ}}}$$

と置き換えられるから，

$$\left(x^2-y^2\right)^2 + \left(\boxed{\text{オ}}\,xy\right)^2 = \left(x^2+y^2\right)^2$$

を得る。

よって，任意の整数 x, y に対して，

$$a=x^2-y^2,\quad b=\boxed{\text{オ}}\,xy\,,\quad c=x^2+y^2$$

は 式　　を満たす整数の組となる。

具体的に計算してみると，$x=2,\ y=1$ のとき，

$$a=\boxed{\text{サ}}\,,\quad b=\boxed{\text{シ}}\,,\quad c=\boxed{\text{ス}}$$

が得られ，$x=10,\ y=7$ のとき，

$$a=\boxed{\text{セソ}}\,,\quad b=\boxed{\text{タチツ}}\,,\quad c=\boxed{\text{テトナ}}$$

と，大きな整数の組も楽に得ることができる。

[2] 木材の比重 x と加工性 y の関係を表 1 にまとめた。加工性は加工するのが最も難しいものであるときを 1，最も易しいときを 5 とし，1 〜 5 の段階で表している。

木材の比重と加工性の関係を分析することを考える。

分析結果は小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位までの数値とする。なお，1 や 1.1 のような数値はそれぞれ 1.00 と 1.10 のように表記することにする。

出典：ウェブページ 世界の樹種 https://www.mokuzai.com/wspecies/ より。
樹種番号順にキリ，エリマ (Erima)，アンベロイ，オチョ，ラボア，コーチウッド，ケルーイング，オベコル，オーストラリアガムポプラ，グレーアイロンバーク。

表 1: 木材の比重と加工性

樹種番号	比重 (x)	加工性 (y)	$x-\bar{x}$	$y-\bar{y}$	$(x-\bar{x})^2$	$(y-\bar{y})^2$	$(x-\bar{x})(y-\bar{y})$
1	0.21	5.00	−0.39	$\boxed{エ}.\boxed{オカ}$	0.15	3.24	−0.70
2	0.33	4.00	−0.27	0.80	0.07	0.64	−0.22
3	0.38	4.00	−0.22	0.80	0.05	0.64	−0.18
4	0.45	2.00	−0.15	−1.20	0.02	1.44	0.18
5	0.53	3.00	−0.07	−0.20	0.00	0.04	0.01
6	0.63	4.00	0.03	0.80	0.00	0.64	0.02
7	0.72	3.00	0.12	−0.20	0.01	0.04	−0.02
8	0.82	4.00	0.22	0.80	0.05	0.64	0.18
9	0.91	2.00	0.31	−1.20	0.10	1.44	−0.37
10	1.02	1.00	0.42	−2.20	0.18	4.84	−0.92
合計	6.00	32.00	0.00	0.00	0.63	13.60	−2.02

(1) 加工性 y の平均値 $\bar{y}$ は $\boxed{ア}$. $\boxed{イウ}$ であり，樹種番号 1 の加工性の偏差は $\boxed{エ}$. $\boxed{オカ}$ である。

(2) 比重の分散 ${s_x}^2$ は $\boxed{キ}$. $\boxed{クケ}$ であり，加工性の分散 ${s_y}^2$ は $\boxed{コ}$. $\boxed{サシ}$ である。

(3) 比重と加工性の共分散 s_{xy} は $\boxed{スセ}$. $\boxed{ソタ}$ である。

(4) 比重の標準偏差 s_x を 0.25，加工性の標準偏差 s_y を 1.17 とすると，比重と加工性の相関係数 r は $\boxed{チツ}$. $\boxed{テト}$ であり，比重と加工性の間には $\boxed{ナ}$ という傾向があることが分かる。

ただし，$\boxed{ナ}$ には当てはまるものを下の ⓪〜② から一つ選べ。

⓪ 比重が大きくなると，加工性は小さくなる
① 比重が大きくなると，加工性は大きくなる
② 比重の大きさと加工性は関係しない

第２問（配点 25）

a, b を実数とする。2 次関数

$$y = x^2 - ax + a^2 + 5b \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots$$

のグラフの頂点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\, a\ ,\ \frac{\boxed{\text{ウ}}}{\boxed{\text{エ}}}\, a^2 + \boxed{\text{オ}}\, b \right)$$

である。

(1) 式　のグラフを x 軸方向に -2, y 軸方向に 3 だけ平行移動して $y = x^2$ のグラフに一致したとすると，$a = \boxed{\text{カ}}$，$b = \boxed{\text{キク}}$ である。

このとき，$-3 \leqq x \leqq 3$ の範囲における式　の y の最小値は $\boxed{\text{ケコ}}$，最大値は $\boxed{\text{サシ}}$ である。

(2) $b = \boxed{\text{キク}}$ のとき，式　のグラフが x 軸と相異なる 2 点で交わる

ような a の範囲は

$$-\boxed{\text{ス}}\sqrt{\boxed{\text{セ}}} < a < \boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}$$

である。

さらに，これら 2 個の交点が x 軸の正の部分にあるのは

$$\sqrt{\boxed{\text{チツ}}} < a < \boxed{\text{テ}}\sqrt{\boxed{\text{ト}}}$$

のときである。

(3) $a = \boxed{\text{カ}}$, $b = \boxed{\text{キク}}$ のときの式　のグラフと $y = x^2$ のグラフの

交点の座標は

$$\left(\frac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}} , \frac{\boxed{\text{ヌ}}}{\boxed{\text{ネノ}}} \right)$$

である。

第３問（配点 25）

$\triangle$ABC において，AB $=2$ で，外接円の半径が $\sqrt{2}$ のとき，

$\sin\angle$BCA $= \dfrac{\sqrt{\boxed{ア}}}{\boxed{イ}}$ であるから，$\angle$BCA $= \boxed{ウエ}^\circ$ であるか，または

$\angle$BCA $= \boxed{オカキ}^\circ$ である。

よって，$\cos \boxed{ウエ}^\circ = \dfrac{\sqrt{\boxed{ク}}}{\boxed{ケ}}$，$\cos \boxed{オカキ}^\circ = \dfrac{\boxed{コ}\sqrt{\boxed{サ}}}{\boxed{シ}}$ である。

$\angle$BCA $= \boxed{ウエ}^\circ$ の三角形を $\triangle$ABC$_1$，$\angle$BCA $= \boxed{オカキ}^\circ$ の三角形を $\triangle$ABC$_2$ と表し，頂点 C$_2$ は線分 BC$_1$ 上にあるとする。

(1) $\triangle AC_1C_2$ は $\boxed{\text{ス}}$ であり，$\triangle ABC_1$ と $\triangle ABC_2$ の面積の差が 1 であるとき，$C_1C_2 = \boxed{\text{セ}}$，$AC_1 = \sqrt{\boxed{\text{ソ}}}$，$BC_2 = \sqrt{\boxed{\text{タ}}} - \boxed{\text{チ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ス}}$ には次の ⓪～⑤ から当てはまるものを 1 つ選べ。

⓪ 正三角形
① 鋭角二等辺三角形
② 直角二等辺三角形
③ 鈍角二等辺三角形
④ 正三角形でも二等辺三角形でもない鋭角三角形
⑤ 正三角形でも二等辺三角形でもない鈍角三角形

(2) $\triangle ABC_1$ と $\triangle ABC_2$ の外接円の中心をそれぞれ O_1, O_2 とすると，

$O_1O_2 = \boxed{\text{ツ}}$ である。

また，O_1 から $\triangle ABC_2$ の外接円に接線を引いたときの接点を E とすると，$O_1E = \sqrt{\boxed{\text{テ}}}$ である。

第４問と第５問のうちのどちらか１問を選んで解答せよ。

第４問（選択問題）（配点 25）

大小の２つのさいころをふったときに出る目についての事象

X ： ２つのさいころの目の**和**が 4 の倍数である
Y ： ２つのさいころの目の**積**が 4 の倍数である

について考える。

事象 X が起こる確率を $P(X)$ と表し，X の余事象を $\overline{X}$ と表し，X が起こったとき事象 Y が起こる条件付き確率を $P_X(Y)$ と表す。また，２つの事象 X, Y の和事象を $X \cup Y$ と表し，積事象を $X \cap Y$ と表す。

(1) ２つのさいころの目の和が 4 の倍数になる場合の数は $\boxed{\text{ア}}$ 通りあり，

$$P(X) = \frac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$$ である。

(2) ２つのさいころの目の積が 4 の倍数になる場合の数は $\boxed{\text{エオ}}$ 通りあり，

$$P(Y) = \frac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キク}}}$$ である。

(3) $P_X(Y) = \dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}$

(4) $P_Y(X) = \dfrac{\boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}}$

(5) $P(X \cap Y) = \dfrac{\boxed{\text{ス}}}{\boxed{\text{セソ}}}$

(6) $P(X \cup Y) = \dfrac{\boxed{\text{タチ}}}{\boxed{\text{ツテ}}}$

(7) $P\left(\overline{X}\right) = \dfrac{\boxed{\text{ト}}}{\boxed{\text{ナ}}}$

(8) $P\left(X \cap \overline{Y} \right) = \dfrac{\boxed{\text{ニ}}}{\boxed{\text{ヌ}}}$

(9) $P\left(\overline{X} \cap Y \right) = \dfrac{\boxed{\text{ネ}}}{\boxed{\text{ノハ}}}$

第５問（選択問題）（配点 25）

一辺の長さが a である正四面体 ABCD について考える。

頂点 A から △BCD へ垂線を下ろしたときの交点を H とすると，△ABH, △ACH, △ADH は合同であるから BH = CH = DH である。よって，H は △BCD の外心である。

BH の延長が辺 CD と交わる点を E とすると，

$$\mathrm{CE} = \frac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}\,a\,,\quad \angle\mathrm{BEC} = \boxed{\text{ウエ}}^{\circ},\quad \mathrm{BE} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}\,a$$

である。

(1) 正三角形では外心と重心が一致するから，

$$\mathrm{BH} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{キ}}}}{\boxed{\text{ク}}}\,a\,,\quad \mathrm{AH} = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}\,a$$

である。

△BCD の面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{サ}}}}{\boxed{\text{シ}}}\,a^2$ であり，正四面体 ABCD の体積は

$\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セソ}}}\,a^3$ である。

(2) 一辺の長さが 2 の正四面体の体積は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}\sqrt{\boxed{\text{チ}}}}{\boxed{\text{ツ}}}$ である。

(3) 正四面体 ABCD の各面の重心 H, I, J, K を結んでできる多面体 HIJK も正四面体となる。

△ACD の重心を I, △ABC の重心を J とし，AI の延長と CD の交点を L, AJ の延長と BC の交点を M とすると，

$$\mathrm{IJ} = \frac{\boxed{テ}}{\boxed{ト}}\mathrm{LM} = \frac{\boxed{ナ}}{\boxed{ニ}}a$$

であるから，

$$\text{正多面体 HIJK の体積} = \frac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネノ}} \times \text{正四面体 ABCD の体積}$$

である。

(4) 正四面体 ABCD の一辺の長さが 2 であるとき，正四面体 HIJK の体積は

$$\frac{\boxed{ハ}\sqrt{\boxed{ヒ}}}{\boxed{フヘ}}$$ である。