デジタルハリウッド大学

2021 年度　一般選抜　A 方式

数学　［60 分］

【 注 意 事 項 】

1. 試験監督の指示があるまでは、問題冊子は開かないこと。
2. 試験監督から指示があったら、解答用紙に氏名・受験番号を正確に記入し、受験番号マーク欄にも受験番号を正確にマークすること。
3. 試験開始の合図後、この問題冊子を開き、20 ページ（白紙ページ含む）揃っているか確認すること。
4. 乱丁、落丁、印刷不鮮明などがある場合は、手を挙げて試験監督に知らせること。
5. 解答は、すべて別紙の解答用紙の解答欄にマークすること。
6. 試験開始から終了までの間は、試験教室から退出できません。
7. 不正行為を行った場合は、その時点で受験の中止と退室を指示され、同日受験したすべての科目の成績が原則無効となる。
8. 解答用紙は試験終了後、回収される。問題冊子は持ち帰っても良い。
9. 第 4 問と第 5 問は選択問題である。どちらか 1 問を選んで解答すること。両方解答した場合は、第 4 問と第 5 問の得点は全て無効となる。

第１問（配点 25）

[1] 実数 x についての式を考える。

(1) 等式 $|3x-4|=2$ を満たす x の値は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ と $\boxed{\text{ウ}}$ である。

(2) 不等式 $|3x-4| \geqq 8$ を満たす x の値の範囲は

$$x \leqq \frac{\boxed{\text{エオ}}}{\boxed{\text{カ}}}, \quad \boxed{\text{キ}} \leqq x$$

である。

(3) 不等式 $x^2-2x-9<0$ を満たす x の値の範囲は

$$\boxed{\text{ク}} - \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}} < x < \boxed{\text{ク}} + \sqrt{\boxed{\text{ケコ}}}$$

である。

(4) 連立不等式

$$\begin{cases} |3x-4| \geqq 8 \\ x^2-2x-9<0 \end{cases}$$

を満たす整数 x の値は $\boxed{\text{サシ}}$ と $\boxed{\text{ス}}$ である。

(5) 正の整数 n に対して，$x^2-2x-3n<0$ を満たす整数 x の個数が 5 である

とき，n は $\boxed{\text{セ}}$ である。

[2] ある実験を 20 回行って，表 1 のデータ x を得た。このデータの度数分布表を表 2 のように作成し，データを分析することを考える。

表 1: 実験データ

実験回数	x
1 回目	2
2 回目	4
3 回目	5
4 回目	8
5 回目	10
6 回目	4
7 回目	11
8 回目	15
9 回目	6
10 回目	7
11 回目	9
12 回目	8
13 回目	10
14 回目	12
15 回目	6
16 回目	14
17 回目	9
18 回目	16
19 回目	10
20 回目	14
合計	180

表 2: 実験データの度数分布表

データ 以上〜未満	度数
0〜3	1
3〜6	3
6〜9	$\boxed{\text{ア}}$
9〜12	$\boxed{\text{イ}}$
12〜15	3
15〜18	2
合計	20

(1) 階級 6〜9 と 9〜12 の度数はそれぞれ，$\boxed{\textbf{ア}}$ と $\boxed{\textbf{イ}}$ であり，その

ヒストグラムは $\boxed{\textbf{ウ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ウ}}$ には図 1 中のヒストグラム ⓪〜⑤ から当てはまるものを

一つ選べ。

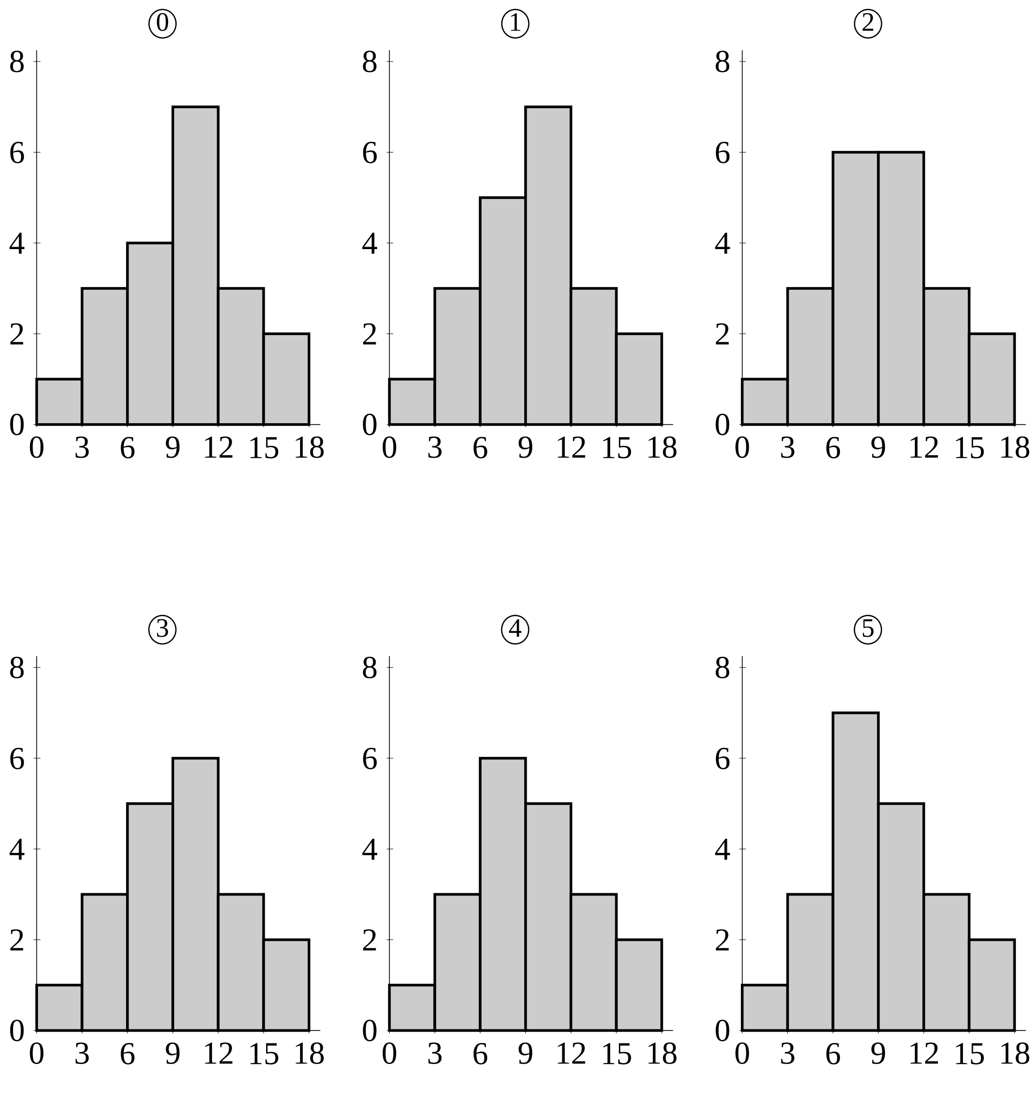

図 1: ヒストグラムの選択肢

(2) データの範囲（レンジ）は $\boxed{\textbf{エオ}}$ ，平均値は $\boxed{\textbf{カ}}$ ，中央値（メジアン）は $\boxed{\textbf{キ}}$ ，最頻値（モード）は $\boxed{\textbf{クケ}}$ である。

(3) データの第 1 四分位数は $\boxed{\textbf{コ}}$ ，第 2 四分位数は $\boxed{\textbf{サ}}$ ，第 3 四分位数は $\boxed{\textbf{シス}}$. $\boxed{\textbf{セ}}$ ， 四分位範囲は $\boxed{\textbf{ソ}}$. $\boxed{\textbf{タ}}$ であり，箱ひげ図は $\boxed{\textbf{チ}}$ である。

ただし， $\boxed{\text{チ}}$ には図 2 中の箱ひげ図 ⓪〜④ から当てはまるものを一つ選べ。

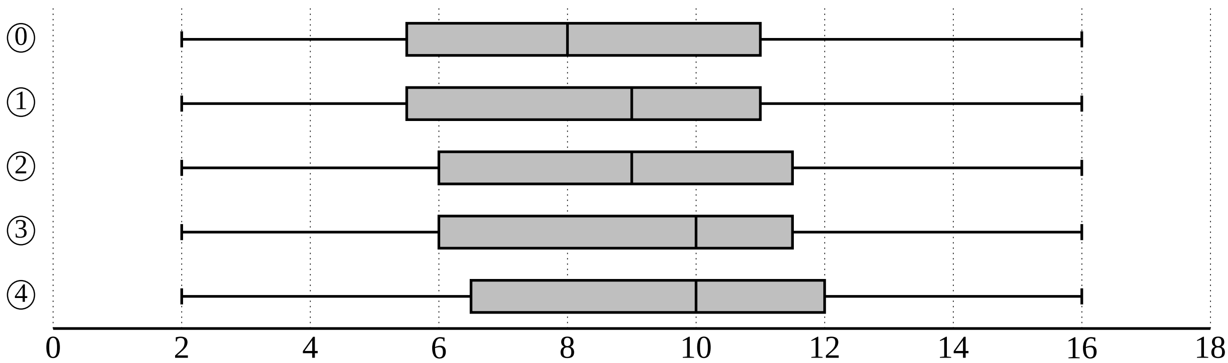

図 2: 箱ひげ図の選択肢

第２問（配点 25）

a を実数とする。２次関数

$$y = x^2 - (a-4)x + a^2 - a - 1 \qquad \cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフの頂点の座標は

$$\left(\frac{a - \boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}},\ \frac{\boxed{\text{ウ}}\,a^2 + \boxed{\text{エ}}\,a - \boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}} \right)$$

である。

(1) ２次関数 ① のグラフが x 軸と異なる２点で交わるような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{クケコ}}}{\boxed{\text{サ}}} < a < \boxed{\text{シ}}$$ である。

(2) ２次関数 ① のグラフが x 軸の正の部分および負の部分とそれぞれ１つずつ交点 を持つような a の値の範囲は

$$\frac{\boxed{\text{ス}} - \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}} < a < \frac{\boxed{\text{ス}} + \sqrt{\boxed{\text{セ}}}}{\boxed{\text{ソ}}}$$

である。

(3) ２次関数 ① のグラフの軸が x 軸の正の部分と交わるような a の値の範囲は $\boxed{\text{タ}} < a$ である。

(4) 2 次関数 ① のグラフと x 軸の異なる 2 つの交点が x 軸の負の部分にあるような a の値の範囲は

$$\boxed{\textbf{チ}} < a < \boxed{\textbf{ツ}}, \quad \boxed{\textbf{テ}} < a < \boxed{\textbf{ト}}$$

である。

ただし，$\boxed{チ} < \boxed{テ}$ とし，$\boxed{チ}$ 〜 $\boxed{ト}$ には当てはまるものを下の ⓪〜⑤ から一つずつ選べ。

⓪ $\dfrac{\boxed{クケコ}}{\boxed{サ}}$　　① $\boxed{シ}$

② $\dfrac{\boxed{ス} - \sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$　　③ $\dfrac{\boxed{ス} + \sqrt{\boxed{セ}}}{\boxed{ソ}}$

④ $\boxed{タ}$　　⑤ 0

(5) 2 次関数 ① のグラフと x 軸との異なる 2 つの交点の間の距離が 4 のとき，

$a = \boxed{\textbf{ナニ}}$，$\dfrac{\boxed{\textbf{ヌ}}}{\boxed{\textbf{ネ}}}$ である。

そして，$a = \boxed{ナニ}$ のときの交点の x 座標は $\boxed{\textbf{ノハ}}$ と $\boxed{\textbf{ヒフ}}$ で，

$a = \dfrac{\boxed{ヌ}}{\boxed{ネ}}$ のときの交点の x 座標は $\dfrac{\boxed{\textbf{ヘホマ}}}{\boxed{\textbf{ミ}}}$ と $\dfrac{\boxed{\textbf{ム}}}{\boxed{\textbf{メ}}}$ である。

ただし，$\boxed{ノハ}$ と $\boxed{ヒフ}$ の順序は問わない。

第３問（配点 25）

$\triangle$ABC の辺の長さを AB $=2$, BC $=3$, CA $=4$ とする。

(1) $\cos\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}}$， $\sin\angle\mathrm{ABC}=\dfrac{\sqrt{\boxed{エオ}}}{\boxed{カ}}$ であり，$\triangle$ABC の面積は $\dfrac{\boxed{キ}\sqrt{\boxed{クケ}}}{\boxed{コ}}$ である。

(2) $\triangle$ABC の外接円の半径は $\dfrac{\boxed{サ}\sqrt{\boxed{シス}}}{\boxed{セソ}}$ であり，内接円の半径は $\dfrac{\sqrt{\boxed{タチ}}}{\boxed{ツ}}$ である。

(3) $\angle$CAB の二等分線と辺 BC の交点を D とすると，BD $=\boxed{テ}$，DC $=\boxed{ト}$ であり，AD $=\sqrt{\boxed{ナ}}$ である。

(4) $\triangle$ABC の内心を O で表す。AO の中点を E とし，CE の延長が辺 AB と交わる点を F とすると，AE $=\dfrac{\sqrt{\boxed{ニ}}}{\boxed{ヌ}}$，AF $=\dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$ である。

第４問と第５問のうちのどちらか１問を選んで解答せよ。

第４問（選択問題）（配点 25）

[1]　30 以下の自然数の集合 U を全体集合として，その部分集合を

$$A = \{\, n \mid n \in U \text{ かつ } n \text{ は } 30 \text{ の約数} \,\}$$

$$B = \{\, n \mid n \in U \text{ かつ } n \text{ は素数} \,\}$$

とする。

部分集合 A, B の補集合をそれぞれ $\overline{A}$, $\overline{B}$ で表し，空集合を ϕ で表す。

(1)　A の要素の個数は $\boxed{\text{ア}}$ である。

(2)　B の要素の個数は $\boxed{\text{イウ}}$ である。

(3)　$A \cap B$ を小さい数から列記すると，

$$A \cap B = \left\{ \boxed{\text{エ}},\ \boxed{\text{オ}},\ \boxed{\text{カ}} \right\}$$

である。

(4)　$A \cup B$ の要素の個数は $\boxed{\text{キク}}$ である。

(5) $\overline{A} \cup \overline{B}$ の要素の個数は $\boxed{\textbf{ケコ}}$ である。

(6) $\overline{A} \cap \overline{B}$ の要素の個数は $\boxed{\textbf{サシ}}$ である。

(7) 自然数 m に対して，U の部分集合 C_m を

$$C_m = \{\, n \mid n \in U \text{ かつ } n \text{ は } m \text{ の倍数} \,\}$$

とすると，$A \cap B \cap C_m = \phi$ となる最小の m は $\boxed{\textbf{ス}}$ である。

[2] 方程式

$$y = 2 + \frac{8}{x+3}$$

を満たす変数 x, y の整数解を考える。

この等式は

$$\left(x + \boxed{\textbf{ア}}\right)\left(y - \boxed{\textbf{イ}}\right) = \boxed{\textbf{ウ}}$$

と整理することができる。

(1) $\boxed{\text{ウ}}$ の正の約数の個数は $\boxed{\textbf{エ}}$ であり，方程式の整数解は $\boxed{\textbf{オ}}$ 組ある。

(2) x が最小の整数解は $x = \boxed{\textbf{カキク}}$，$y = \boxed{\textbf{ケ}}$ であり，x が最大の整数解は $x = \boxed{\textbf{コ}}$，$y = \boxed{\textbf{サ}}$ である。

(3) y が最小の整数解は $x = \boxed{\textbf{シス}}$，$y = \boxed{\textbf{セソ}}$ であり，y が最大の整数解は $x = \boxed{\textbf{タチ}}$，$y = \boxed{\textbf{ツテ}}$ である。

第５問（選択問題）

[1] 1 個のさいころを投げて出た目の数に対して，5 で割った余りを得点とする試行を 2 回繰り返す。

(1) 1 回目の試行で得点が 1 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ア}}}{\boxed{\text{イ}}}$ である。

2 回の試行による得点の和に対して，5 で割った余りを最終的な得点とする。

(i) 最終的な得点が 1 となるさいころの目の出方は $\boxed{\text{ウ}}$ 通りであり，

その確率は $\dfrac{\boxed{\text{エ}}}{\boxed{\text{オカ}}}$ である。

(ii) 1 回目の得点が 1 で，最終的な得点が 1 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{クケ}}}$ である。

(iii) 最終的な得点が 1 であるとき，1 回目の得点が 1 であった条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サ}}}$ である。

(2) 次に，2 回の試行による得点の積に対して，5 で割った余りを最終的な得点とする。

(i) 最終的な得点が 4 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(ii) 1 回目の得点が 1 でなく，最終的な得点が 4 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(iii) 最終的な得点が 4 であるとき，1 回目の得点が 1 であった条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。

[2] 半径 r の円 X の中心を C_X で表し，半径 $2r$ の円 Y の中心を C_Y で表す。円 X は円 Y に 1 点で内接しており，円 X と 円 Y の接点をそれぞれの円周上で A_X と A_Y とする。
円 X が 円 Y に内接しながら滑ることなく回転する場合を考える。このとき，A_Y は固定されているが，A_X は移動していく。また，半径の関係により，円 X は回転しながら，常に円 Y の中心 C_Y を通っている。

(1) 円 X の円周は $\boxed{\text{ア}}\ \pi r$ であり，円 Y の円周は $\boxed{\text{イ}}\ \pi r$ である。

(2) 円 X が時計回りに中心角 θ だけ回転したときの接点を B とする。
$-180^\circ < \theta < 180^\circ$ のとき，$\angle BC_XA_X = \boxed{\text{ウ}}$ であり，$\angle BC_YA_X = \boxed{\text{エ}}$ である。
また，円 X の A_X から B までの円弧の長さは $\boxed{\text{オ}}\ \pi r$ であり，円 Y の A_Y から B までの円弧の長さもこの長さと同じであるから，この円弧に対する円 Y の 中心角 $\angle BC_YA_Y$ は $\boxed{\text{カ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ウ}}$ 〜 $\boxed{\text{カ}}$ には当てはまるものを下の ⓪〜④ から一つずつ選べ。

⓪ $\dfrac{\theta}{360^\circ}$　　① $\dfrac{\theta}{180^\circ}$　　② $\dfrac{\theta}{2}$　　③ θ　　④ 2θ

(3) 前問 (2) より，線分 BC_Y と線分 C_YA_X のなす角と，線分 BC_Y と線分 C_YA_Y のなす角は一致する，すなわち，点 A_X は C_YA_Y 上にあることが分かる。よって，円 X が円 Y に内接しながら回転するとき，A_X の軌跡は $\boxed{\textbf{キ}}$ になる。

ただし，$\boxed{\text{キ}}$ には当てはまるものを下の ⓪〜③ から一つ選べ。

⓪ 1 点　　① 線分　　② 円　　③ 放物線