デジタルハリウッド大学

2021 年度　一般選抜　B 方式

数学　［60 分］

【 注 意 事 項 】

1. 試験監督の指示があるまでは、問題冊子は開かないこと。
2. 試験監督から指示があったら、解答用紙に氏名・受験番号を正確に記入し、受験番号マーク欄にも受験番号を正確にマークすること。
3. 試験開始の合図後、この問題冊子を開き、20 ページ（白紙ページ含む）揃っているか確認すること。
4. 乱丁、落丁、印刷不鮮明などがある場合は、手を挙げて試験監督に知らせること。
5. 解答は、すべて別紙の解答用紙の解答欄にマークすること。
6. 試験開始から終了までの間は、試験教室から退出できません。
7. 不正行為を行った場合は、その時点で受験の中止と退室を指示され、同日受験したすべての科目の成績が無効となる。
8. 解答用紙は試験終了後、回収される。問題冊子は持ち帰っても良い。
9. 第 4 問と第 5 問は選択問題である。どちらか 1 問を選んで解答すること。両方解答した場合は、第 4 問と第 5 問の得点は全て無効となる。

第１問（配点 25）

[1] xy 座標平面において，原点 O を中心とした半径 1 の円周上の点を P とし，P から x 軸へ垂線 PQ を下ろす。ただし，P は第 1 象限にあるものとする。△POQ は直角三角形であるから，$\angle \mathrm{POQ} = \theta$ とすると，

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ア}},\ \boxed{\text{イ}}\right)$$

である。線分 OP を P 側に延長した点 R を，R から x 軸に垂線 $\mathrm{RR_0}$ を下ろしたとき $\mathrm{R_0}\,(1,0)$ となる点とすると，

$$\mathrm{R}\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right)$$

である。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ 〜 $\boxed{\text{エ}}$ には当てはまるものを下の ⓪〜④ から一つずつ選べ。

⓪ 0　　① 1　　② $\sin\theta$　　③ $\cos\theta$　　④ $\tan\theta$

(1) $\theta = 30^\circ$ のとき，

$$\mathrm{P}\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}},\ \frac{\boxed{\text{キ}}}{\boxed{\text{ク}}}\right),\ \mathrm{R}\left(\boxed{\text{ケ}},\ \frac{\sqrt{\boxed{\text{コ}}}}{\boxed{\text{サ}}}\right)$$

である。

(2) 円 O が y 軸に関して対称であることを考慮すると，

$$\cos 150^\circ = \frac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}},\ \sin 150^\circ = \frac{\boxed{\text{ソ}}}{\boxed{\text{タ}}},\ \tan 150^\circ = \frac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$$

である。

(3) $0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ$ のとき，$2\sin^2\theta + 9\cos\theta - 6 = 0$ を満たす θ は $\boxed{\text{トナ}}^\circ$ である。

[2] 2 次関数のグラフが 3 点 $(0,-6)$, $(1,3)$, $(5,-21)$ を通るとき，その 2 次関数は

$$y = \boxed{\text{アイ}}\,x^2 + \boxed{\text{ウエ}}\,x - \boxed{\text{オ}} \quad \cdots\cdots \text{¶}$$

である。

(1) 2 次関数 ¶ のグラフは，頂点が $\left(\boxed{\text{カ}}, \boxed{\text{キ}}\right)$ で，$\boxed{\text{ク}}$。

ただし，$\boxed{\text{ク}}$ には当てはまるものを下の ⓪，① から一つ選べ。

⓪ 下に凸である　　① 上に凸である

(2) 2 次関数 ¶ のグラフを，x 軸方向に $\boxed{\text{ケコ}}$，y 軸方向に $\boxed{\text{サシ}}$ だけ平行移動すると，$y = \boxed{\text{アイ}}\,x^2$ のグラフと重なる。

(3) 2 次関数 ¶ のグラフは x 軸と

$$\left(\boxed{\text{ス}} - \sqrt{\boxed{\text{セ}}},\ 0\right),\quad \left(\boxed{\text{ソ}} + \sqrt{\boxed{\text{タ}}},\ 0\right)$$

の 2 点で交わる。

(4) $0 \leqq x \leqq 6$ の範囲における 2 次関数 ¶ の最小値は $\boxed{\text{チツテ}}$ で，最大値は $\boxed{\text{ト}}$ である。

第２問（配点 25）

△ABC において，AB = 3, BC = 5, ∠ABC = 120° とする。

$\cos 120^\circ = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{\boxed{\text{ウ}}}$ であるから，AC = $\boxed{\text{エ}}$ である。

$\sin 120^\circ = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{オ}}}}{\boxed{\text{カ}}}$ であるから，△ABC の面積は $\dfrac{\boxed{\text{キク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

また，△ABC の外接円を O とすると，その半径は $\dfrac{\boxed{\text{サ}}\sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(1) 点 A における円 O の接線と点 C における円 O の接線の交点を P とすると，∠APC = $\boxed{\text{セソ}}$° であるから，△APC は $\boxed{\text{タ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{タ}}$ には次の ⓪～⑤ から当てはまるものを 1 つ選べ。

⓪ 正三角形
① 鋭角二等辺三角形
② 直角二等辺三角形
③ 鈍角二等辺三角形
④ 正三角形でも二等辺三角形でもない鋭角三角形
⑤ 正三角形でも二等辺三角形でもない鈍角三角形

(2) さらに，点 P と 円の中心 O を結ぶ直線が円 O と交わる点で P に近い方の点を Q とすると，PQ = $\dfrac{\boxed{\text{チ}}\sqrt{\boxed{\text{ツ}}}}{\boxed{\text{テ}}}$ である。

(3) ∠OAC = $\boxed{\text{トナ}}$° であり，AC と PO の交点を R とすると，

OR = $\dfrac{\boxed{\text{ニ}}\sqrt{\boxed{\text{ヌ}}}}{\boxed{\text{ネ}}}$ である。

第３問（配点 25）

トランプの 4 つのマーク ♠, ♡, ♣, ◇ の 1 〜 5 までの 20 枚のカードから，同時に 2 枚のカードを取り出す場合を考える。

(1) 取り出したカードの組合せについて考える。

(i) カードの取り出し方は $\boxed{\text{アイウ}}$ 通りである。

(ii) カードに描かれたマークが同じになる取り出し方は $\boxed{\text{エオ}}$ 通りである。

(iii) カードに描かれた数字が同じになる取り出し方は $\boxed{\text{カキ}}$ 通りである。

(2) 取り出した 2 枚のカードによって，得点を次のように定める。

・数字が同じとき，数字の 3 倍を得点とする。

・マークが同じとき，大きい方の数字の 2 倍を得点とする。

・数字とマークがいずれも異なるとき，大きい方の数字を得点とする。

(i) 取り出した 2 枚のカードの数字が同じ場合の得点は 3, 6, 9, 12, 15 点である。それぞれの得点が起こる組合せは等しく $\boxed{\text{ク}}$ 通りであり，起こる確率もそれぞれ $\dfrac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コサ}}}$ である。

(ii) 取り出した 2 枚のカードのマークが同じ場合の得点は 4, 6, 8, 10 点である。得点が 4 点となるのは $\boxed{\text{シ}}$ 通りで，6, 8, 10 点では一段低い得点の組合せより $\boxed{\text{ス}}$ 通りずつ増える。

(iii) 取り出した 2 枚のカードの数字とマークがいずれも異なる場合の得点は 2, 3, 4, 5 点であり，2 点となるのは $\boxed{\text{セソ}}$ 通りで，3, 4, 5 点では一段低い得点の組合せより $\boxed{\text{タチ}}$ 通りずつ増える。

(iv) 取り出した 2 枚のカードの得点が 3 となる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ツ}}}{\boxed{\text{テト}}}$ である。よって，得点が 3 であるときに，取り出した 2 枚のカードの数字が同じである条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{ナ}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

第４問と第５問のうちのどちらか１問を選んで解答せよ。

第４問（選択問題）（配点 25）

[1] 正の整数 n に対して，$s = n^2$ となる数 s を平方数という。例えば 1, 4, 9 は平方数であるが，6, 8, 10 は平方数ではない。

(1) 17640 を素因数分解すると

$$17640 = 2^{\boxed{ア}} \times 3^{\boxed{イ}} \times 5 \times 7^{\boxed{ウ}}$$

であるから，17640 に含まれる素因数をすべて持つ最小の平方数は

$\boxed{エオカキク}$ である。

(2) s を $s = p^2$ であるような平方数とする。p が素数のとき，s の約数の個数は $\boxed{ケ}$ である。

この逆も考えると,「平方数 s の約数の個数が $\boxed{ケ}$ である」は,「平方数 s が ある素数の 2 乗である」ための $\boxed{コ}$ 。

ただし，$\boxed{コ}$ には当てはまるものを下の ⓪〜③ のうちから一つ選べ。

⓪ 必要十分条件である
① 十分条件ではあるが，必要条件ではない
② 必要条件ではあるが，十分条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 前問 (2) を使うと，三平方の定理を満たす素数を含む整数の組 (a,b,c) を見つけることができる。

a を素数として， $a^2+b^2=c^2$ を変形すると，$a^2=(c-b)(c+b)$ とできるから，連立方程式

$$c-b = \boxed{\text{サ}}, \quad c+b = a^{\boxed{\text{シ}}}$$

を解けば，b,c を求めることができるのである。

例えば， $a=17$ とすると，$b=\boxed{\text{スセソ}}$，$c=\boxed{\text{タチツ}}$ と求めることができる。

[2] 命題 P :「三角形の外心と内心が一致するならば，三角形は正三角形である。」について考える。

三角形の頂点を A, B, C とし，外心かつ内心となっている点を O とする。

(1) O は外心だから，AO, $\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ は外接円の半径と等しく，△AOB, △BOC, △COA は二等辺三角形であることが分かる。よって，

$$\angle OAB = \boxed{\text{ウ}}, \ \angle OBC = \boxed{\text{エ}}, \ \angle OCA = \boxed{\text{オ}}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$, $\boxed{\text{イ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪〜④ から一つずつ選べ。なお，解答の順序は問わない。

また，$\boxed{\text{ウ}}$ 〜 $\boxed{\text{オ}}$ には当てはまるものを，下の ⑤〜⑩ から一つずつ選べ。

⓪ AB　　① BC　　② CA　　③ BO　　④ CO

⑤ ∠AOB　　⑥ ∠BOC　　⑦ ∠COA

⑧ ∠OBA　　⑨ ∠OCB　　⑩ ∠OAC

(2) O は内心でもあるから，$\triangle$ABC の辺 AB, BC, CA と内接円が接する点をそれぞれ，D, E, F とすると，OD, OE, OF は内接円の半径だから等しい。

また，AD, AF は内接円の接線であるから，$\angle \mathrm{ADO} = \angle \mathrm{AFO} = \boxed{\text{カキ}}$°

である。よって，$\triangle$ADO と $\triangle$AFO は合同であり，$\angle \mathrm{OAD} = \boxed{\text{ク}}$ である。

同様にして，$\angle \mathrm{OBE} = \boxed{\text{ケ}}$，$\angle \mathrm{OCF} = \boxed{\text{コ}}$ も分かる。

ただし，$\boxed{\text{ク}}$ ～ $\boxed{\text{コ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪～⑤ から一つずつ選べ。

⓪ $\angle$OAF　① $\angle$AOF　② $\angle$OBD
③ $\angle$BOD　④ $\angle$OCE　⑤ $\angle$COE

(3) 前問 (1) と (2) より，

$$\angle \mathrm{OAB} = \angle \mathrm{OBA} = \angle \mathrm{OBC} = \angle \mathrm{OCB} = \angle \mathrm{OCA} = \angle \mathrm{OAC}$$

である。そして，

$$\angle \mathrm{CAB} = \angle \mathrm{OAC} + \angle \mathrm{OAB}$$
$$\angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{OBA} + \angle \mathrm{OBC}$$
$$\angle \mathrm{BCA} = \angle \mathrm{OCB} + \angle \mathrm{OCA}$$

であるから，3 つの角 $\angle$CAB ,$\angle$ABC, $\angle$BCA が一致していること，すなわち $\angle \mathrm{CAB} = \angle \mathrm{ABC} = \angle \mathrm{BCA} = \boxed{\text{サシ}}$° であることが分かり，命題 P は真であることが証明された。

(4) 命題 P の対偶は命題 Q :「 $\boxed{\text{ス}}$ 」であり，命題 Q は $\boxed{\text{セ}}$ である。

ただし， $\boxed{\text{ス}}$ には当てはまるものを下の ⓪〜⑥ から， $\boxed{\text{セ}}$ には当てはまるものを下の ⑦〜⑨ から一つずつ選べ。

⓪ 三角形の外心と内心が一致するならば，三角形は正三角形でない。
① 三角形の外心と内心が一致しないならば，三角形は正三角形である。
② 三角形の外心と内心が一致しないならば，三角形は正三角形でない。
③ 三角形が正三角形であれば，三角形の外心と内心は一致する。
④ 三角形が正三角形であれば，三角形の外心と内心は一致しない。
⑤ 三角形が正三角形でなければ，三角形の外心と内心は一致する。
⑥ 三角形が正三角形でなければ，三角形の外心と内心は一致しない。

⑦ 真　　⑧ 偽　　⑨ 真偽不明

第 5 問（選択問題）（配点 25）

[1] 下に示した表は 2 つの競技 X と Y を 10 人に体験してもらった結果である。この表から 2 つの競技 X と Y の関連性を分析してみる。
表には，競技 X の得点を x で，Y の得点を y で示し，それぞれの平均値を $\overline{x}$ と $\overline{y}$ で示している。なお，表の数値はすべて正確な値であり，四捨五入はされていない。

また，得点は整数値であり得点の合計も整数であるが，分析結果は小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位までの数値で表記する。分析結果が 1 や 2 のような整数になる場合も，それぞれ 1.0 と 2.0 のように表記する。

体験者	x	$x-\overline{x}$	$(x-\overline{x})^2$	y	$y-\overline{y}$	$(y-\overline{y})^2$	$(x-\overline{x})(y-\overline{y})$
1	$\boxed{\text{オ}}$	−1	1	7	0	0	0
2	3	−3	9	4	−3	9	9
3	8	2	4	9	2	4	4
4	7	1	1	5	−2	4	−2
5	9	3	9	8	1	1	3
6	6	0	0	7	0	0	0
7	7	1	1	9	2	4	2
8	5	−1	1	5	−2	4	2
9	4	−2	4	8	1	1	−2
10	6	0	0	8	1	1	0
合計	$\boxed{\text{カキ}}$	0	30	70	0	28	16

(1) 得点の偏差に注目すると，x の平均値は $\boxed{ア}$.$\boxed{イ}$ で，y の平均値は $\boxed{ウ}$.$\boxed{エ}$ である。

(2) 体験者 1 の競技 X の得点は $\boxed{オ}$ で，競技 X の得点の合計は $\boxed{カキ}$ である。

(3) x の分散は $\boxed{ク}$.$\boxed{ケ}$ で，y の分散は $\boxed{コ}$.$\boxed{サ}$ である。

(4) x と y の共分散は $\boxed{シ}$.$\boxed{ス}$ である。

(5) x と y の間には $\boxed{セ}$。

ただし，$\boxed{セ}$ には，次の ⓪～② のうちから当てはまるものを一つ選べ。

⓪ 負の相関がある　① 相関はない　② 正の相関がある

(6) x と y の相関図（散布図）として適切なものは， $\boxed{\text{ソ}}$ である。

ただし， $\boxed{\text{ソ}}$ には，次の ⓪〜③ のうちから当てはまるものを一つ選べ。

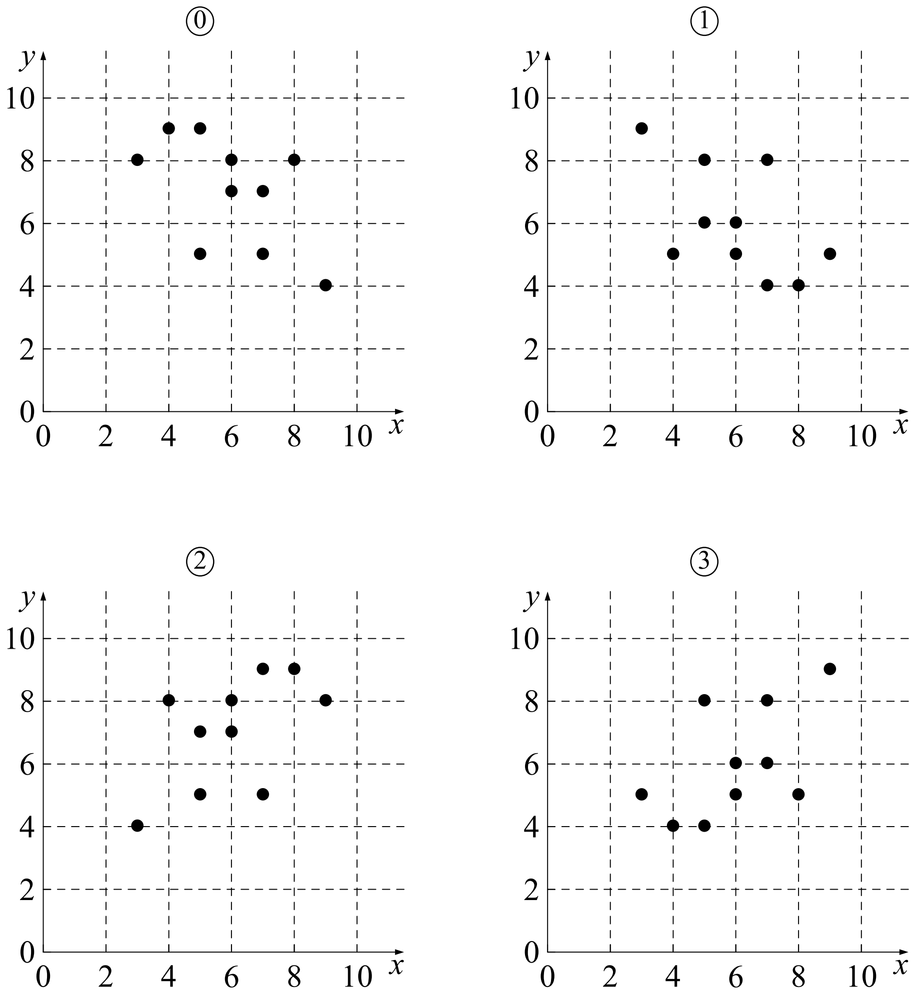

図 1: 相関図の選択肢

[2] n 進法で表された数を $X_{(n)}$ と示すことにする。

(1) $11001_{(2)} + 1011_{(2)} = \boxed{\text{アイウエオカ}}_{(2)} = \boxed{\text{キク}}_{(10)}$

(2) 循環小数 $0.\dot{1}2\dot{3}_{(10)}$ を分数で表すことを考える。

$0.\dot{1}2\dot{3}_{(10)}$ を x で表すと，

$$1000_{(10)}\,x - x = \boxed{\text{ケコサ}}_{(10)}$$

であるから，$x = \dfrac{\boxed{\text{シス}}_{(10)}}{\boxed{\text{セソタ}}_{(10)}}$ である。

(3) 2 進数の循環小数 $x = 0.\dot{1}0\dot{1}_{(2)}$ は，

$$1000_{(2)}\,x - x = \boxed{\text{チツテ}}_{(2)}$$

とできるから，$x = \dfrac{\boxed{\text{トナニ}}_{(2)}}{\boxed{\text{ヌネノ}}_{(2)}} = \dfrac{\boxed{\text{ハ}}_{(10)}}{\boxed{\text{ヒ}}_{(10)}}$

(4) 2 進数の小数第 3 位までの小数で，十進法の $\dfrac{8}{11}$ にもっとも近い数は

$0.\boxed{\text{フヘホ}}_{(2)}$ である。

ただし，小数第 3 位より短く表すことができるときは，下位を 0 とする。
例えば，$0.1_{(2)}$ は $0.100_{(2)}$ と表す。