デジタルハリウッド大学

2022 年度 一般選抜 A 方式

数学［60 分］

【 注 意 事 項 】

1. 試験監督の指示があるまでは、問題冊子は開かないこと。
2. 試験監督から指示があったら、解答用紙に氏名・受験番号を正確に記入し、受験番号マーク欄にも受験番号を正確にマークすること。
3. 試験開始の合図後、この問題冊子を開き、24 ページ（白紙ページ含む）揃っているか確認すること。
4. 乱丁、落丁、印刷不鮮明などがある場合は、手を挙げて試験監督に知らせること。
5. 解答は、すべて別紙の解答用紙の解答欄にマークすること。
6. 試験開始から終了までの間は、試験教室から退出できません。
7. 不正行為を行った場合は、その時点で受験の中止と退室を指示され、同日受験したすべての科目 の成績が原則無効となる。
8. 解答用紙は試験終了後、回収される。問題冊子は持ち帰っても良い。

第１問（配点 25）

〔１〕 U を 50 以下の正の整数の集合とする。

(1) U を全体集合として，その部分集合 P を素数の集合とすると，P の要素の個数は $\boxed{\text{アイ}}$ 個であり，その中の最大の要素は $\boxed{\text{ウエ}}$ である。

(2) 集合 Q を

$$Q = \{n \in U \mid n \text{ を } 5 \text{ で割ったときの余りは } 1 \text{ である}\}$$

とすると，$P \cap Q$ の要素の個数は $\boxed{\text{オ}}$ 個で，$P \cup Q$ の補集合の要素の個数は $\boxed{\text{カキ}}$ 個である。

(3) 1 日から 50 日までを，1 日を日曜日として，その後を月曜日，火曜日と順に曜日を付ける。すると，1 日から 50 日までに素数番目の日が日曜日になるかどうかは，集合 P の要素を 7 で割ったときの余りが $\boxed{\text{ク}}$ であることで判定できる。よって，1 日が日曜日であるとき，日にちが素数であり，かつ日曜日の日数は $\boxed{\text{ケ}}$ 日ある。

(4) 前問 (3) と同様に，1 日が月曜日であるときの日曜日の日にちが素数であるかどうかは，集合 P の要素を 7 で割ったときの余りが $\boxed{\text{コ}}$ であることで判定でき，この場合の日にちが素数であり，かつ日曜日の日数は $\boxed{\text{サ}}$ 日である。

(5) カレンダーについて考える。

31 日まである大の月で，日にちが素数である日曜日が最多になるのは 1 日が $\boxed{\text{シ}}$ のときで，この場合の最多日数は $\boxed{\text{ス}}$ 日である。

ただし，$\boxed{\text{シ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑥ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 日曜日　① 月曜日　② 火曜日　③ 水曜日
④ 木曜日　⑤ 金曜日　⑥ 土曜日

〔２〕　バスとタクシーの運賃を比較する。

バスは１人，初乗り100円で，２つ目のバス停以降はバス停ごとに50円が加算される。なお，バス停の間隔は500メートルとする。

タクシーは，1キロメートルまで310円で，その後500メートルごとに160円が加算される。タクシーには４人まで乗車することができ，運賃は変わらない。そして，タクシーもバスと同じターミナルから出発するものとする。

(1) 乗車するバス停の数を n とすると，１人分のバスの運賃は

$\boxed{\text{アイ}}\, n + \boxed{\text{ウエ}}$ （円）

で表すことができる。

(2) タクシー１台でバス停までを同じ道で移動するときの運賃は，バス停の数を n とすると，

$\boxed{\text{オカキ}}\, n - \boxed{\text{クケ}}$ （円）　　$(n \geqq 2)$

で表すことができる。ただし，バス停２区間以上乗車するものとする。

(3) タクシー 1 台の運賃がバス料金と一致するのは $\boxed{\text{コ}}$ 人で バス停 $\boxed{\text{サシ}}$ 区間を乗車したときで，このときのタクシーの運賃は $\boxed{\text{スセソタ}}$ 円である。

よって，$\boxed{\text{コ}}$ 人で バス停 2 区間以上を利用するときは，バス停 $\boxed{\text{サシ}}$ 区間未満なら，$\boxed{\text{チ}}$ の方が安く， バス停 $\boxed{\text{サシ}}$ 区間を超えたら $\boxed{\text{ツ}}$ の方が安い。

また，$\boxed{\text{コ}}$ 人より少ない人数の場合， 常に $\boxed{\text{テ}}$ の方が安く，$\boxed{\text{コ}}$ 人より多い人数の場合， 常に $\boxed{\text{ト}}$ の方が安い。

ただし，$\boxed{\text{チ}}$ ～ $\boxed{\text{ト}}$ には当てはまるものを，下の ⓪，① のうちから 1 つ選べ。 なお，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ バス　　　① タクシー

第２問（配点 25）

$\triangle$ABC は AB $= 1$, AC $= 1$ で $\angle$CAB $= 120°$ とする。

(1) 辺 BC の長さは $\sqrt{\boxed{\text{ア}}}$ である。$\triangle$ABC の外接円の中心を O とすると，その半径は $\boxed{\text{イ}}$ である。

(2) $\triangle$ABC の外接円の A を含まない方の弧 BC 上に 点 D を CD $= 1$ になるように取ると，$\angle$BDC $= \boxed{\text{ウエ}}°$ で，BD $= \boxed{\text{オ}}$ である。

(3) 四角形 ABDC の対角線 BC と AD の交点を E とすると，

$$\text{BE} : \text{EC} = \boxed{\text{カ}} : \boxed{\text{キ}}$$

で，BE $= \dfrac{\boxed{\text{ク}}\sqrt{\boxed{\text{ケ}}}}{\boxed{\text{コ}}}$ である。

(4) 四角形 ABDC は $\boxed{\text{サ}}$ であり，その面積は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}\sqrt{\boxed{\text{ス}}}}{\boxed{\text{セ}}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{サ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 辺 BD が O を通る平行四辺形
① O が内側にある平行四辺形
② O が外側にある平行四辺形
③ 辺 BD が O を通る台形
④ O が内側にある台形
⑤ O が外側にある台形

(5) $\triangle$EBD の外接円の中心を P とすると，その半径は $\dfrac{\boxed{\text{ソ}}\sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$ である。また，$\angle\text{CDP} = \boxed{\text{ツテ}}^\circ$ で，$\text{CP} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{トナ}}}}{\boxed{\text{ニ}}}$ である。

(6) $\cos\angle\mathrm{CEP} = \dfrac{\boxed{\text{ヌネ}}}{\boxed{\text{ノ}}}$, $\sin\angle\mathrm{CEP} = \dfrac{\sqrt{\boxed{\text{ハ}}}}{\boxed{\text{ヒ}}}$ より，$\triangle\mathrm{CEP}$ の

面積は $\dfrac{\sqrt{\boxed{\text{フ}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$ である。

第３問（配点 25）

〔１〕 2 次関数

$$y = x^2 - \frac{1}{2}x - 3 \qquad\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ①$$

のグラフについて考える。

(1) 2 次関数 ① のグラフは，x 軸と 2 点

$$\left(\frac{\boxed{アイ}}{\boxed{ウ}},\ \boxed{エ}\right) \text{ と } \left(\boxed{オ},\ \boxed{カ}\right)$$

で交わり，y 軸と 1 点

$$\left(\boxed{キ},\ \boxed{クケ}\right)$$

で交わる。

(2) $-2 \leqq x \leqq 2$ における ① の y の最小値は $\dfrac{\boxed{コサシ}}{\boxed{スセ}}$ で，最大値は $\boxed{ソ}$ である。

(3) ① のグラフを x 軸方向に $\dfrac{\boxed{タチ}}{\boxed{ツ}}$，$y$ 軸方向に $\dfrac{\boxed{テト}}{\boxed{ナニ}}$ だけ平行移動すると，2 次関数 $y = x^2$ のグラフと重なる。

〔２〕 2 次関数 $y = x^2$ のグラフ上に 2 点 P, Q を取る。P, Q の x 座標をそれぞれ 0 でない実数 a, b とする。

P, Q と原点 O を結んだ △POQ で，∠POQ が直角である場合を考える。

(1) b を a で表すと，$b = \dfrac{\boxed{\text{アイ}}}{a}$ である。

よって，$a = 2$ のとき，点 P, Q の座標はそれぞれ

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ウ}},\ \boxed{\text{エ}}\right),\quad \mathrm{Q}\left(\frac{\boxed{\text{オカ}}}{\boxed{\text{キ}}},\ \frac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケ}}}\right)$$

である。

(2) $a > 0$ として △POQ の面積を a で表すと，$\dfrac{a^{\boxed{\text{コ}}} + \boxed{\text{サ}}}{\boxed{\text{シ}}\,a}$ である。

(3) 直角三角形 $\triangle$POQ において，点 P の x 座標が p であるときを $\triangle_p$ と表し，$\dfrac{1}{p}$ であるときを $\triangle_{\frac{1}{p}}$ と表すと，

$$\frac{\triangle_p \text{ の面積}}{\triangle_{\frac{1}{p}} \text{ の面積}} = \boxed{\text{ス}}$$

である。

(4) $1 \leqq p < q$ とする。p と q を頂点 P の x 座標に持つような直角三角形を，それぞれ $\triangle_p$ と $\triangle_q$ と表すと

$\triangle_p$ の面積 $\boxed{\text{セ}}$ $\triangle_q$ の面積

である。

ただし，$\boxed{\text{セ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから 1 つ選べ。

⓪ $<$　　① $\leqq$　　② $=$　　③ $\geqq$　　④ $>$

第４問と第５問のうちのどちらか１問を選んで解答せよ。

第４問（選択問題）（配点 25）

〔１〕 一般の凸多面体（へこみのない多面体）の頂点の数 v, 辺の数 e, 面の数 f については，オイラーの多面体定理

$$f - e + v = \boxed{\text{ア}}$$

が成り立っている。

(1) 正二十面体について考える。面の数は $f = 20$ である。面はすべて正三角形であり，その各辺は隣り合う正三角形の辺にもなっている。したがって，すべての正三角形の辺数を合計すると多面体としての辺を 2 度ずつ数えていることになるから，多面体の辺の数は $e = \boxed{\text{イウ}}$ である。

よって，頂点数はオイラーの多面体定理より，頂点の数は $v = \boxed{\text{エオ}}$ と分かる。

(2) 1 辺の長さが 1 の立方体と，底面が辺の長さが 1 の正方形で高さが $\dfrac{1}{2}$ の四角錐を考える。

立方体の上面と四角錐の底面を頂点が重なるように接合した多面体を作る。このとき，接合した面は多面体に含めないものとする。

この多面体は凸であり，

$f = \boxed{\text{カ}}$ ，　$e = \boxed{\text{キク}}$ ，　$v = \boxed{\text{ケ}}$

であるから，オイラーの定理が成立していることが確かめられる。

上と同じ立方体から同じ四角錐を削り取った多面体を考えると，凸ではない（へこみがある）が，面，辺，頂点の数は変わらないので，オイラーの多面体定理が成り立つ。

すなわち，凸多面体であることは，オイラーの多面体定理が成り立つための $\boxed{\text{コ}}$ 。

ただし，$\boxed{\text{コ}}$ には当てはまるものを下の ⓪〜③ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 必要十分条件である
① 十分条件ではあるが，必要条件ではない
② 必要条件ではあるが，十分条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

(3) 1 辺の長さが 1 の立方体の向かい合う面の中央に，1 辺の長さが $\dfrac{1}{2}$ で奥行が 1 の直方体をくり抜き，トンネルを作る。すなわち，立方体には四角い穴が開いている（図 1 を参照)。

トンネルの入口と出口がある面では，穴の正方形の頂点を，その面の立方体の頂点と結び，合同な 4 つの台形があるとする。

このとき，

$$f = \boxed{\text{サシ}}\ ,\quad e = \boxed{\text{スセ}}\ ,\quad v = \boxed{\text{ソタ}}$$

であるから，

$$f - e + v \ = \ \boxed{\text{チ}}$$

で，オイラーの多面体定理は成立しない例である。

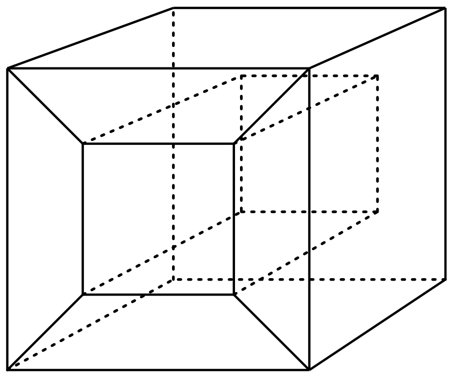

図 1:　直方体にトンネルを開けた様子

〔２〕 赤く光るライト，緑に光るライト，青く光るライトをひと組にして，それぞれのライトを点灯・消灯したときに，1 つの色の光に見えるようにしたとする。

たとえば，赤いライトを点灯，緑のライトを消灯，青いライトを消灯すると，赤い光になり，赤いライトを点灯，緑のライトを点灯，青いライトを消灯すると，黄色い光になる。また，全部のライトを点灯すると白，全部のライトを消灯すると黒とする。

この 3 色のライトのセットを，以下では光源ということにする。

(1) 1 つの光源で出せる光の色数は，$\boxed{\text{ア}}$ 色である。

(2) 光源を横に 4 つ並べたときにできる，光の色の模様は $\boxed{\text{イウエオ}}$ 種類できる。

(3) 4 つの光源が同じ色の光になる確率は $\dfrac{\boxed{\text{カ}}}{\boxed{\text{キクケ}}}$ である。

(4) 1 つの光源が赤い色の光であるとき，4 つの光源が同じ色の光になる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{\text{コ}}}{\boxed{\text{サシ}}}$ である。

(5) 赤いライト，緑のライト，青いライトの点灯・消灯状態をこの順に 2 進数の 1 と 0 に対応させると，赤い色の光は $100_{(2)}$ となり，10 進数の $\boxed{\text{ス}}_{(10)}$ を表すことができる。

1 つの光源で表すことができる色数は $\boxed{\text{ア}}$ 色であったから，1 つの光源は $\boxed{\text{ア}}$ 進数の 1 桁の数を表していると考えることができる。

同様に，4 つの光源が横に並んでいる状態を $\boxed{\text{ア}}$ 進数 4 桁の数と考えると，4 つの光源が赤い色の光になっている状態は $\boxed{\text{ア}}$ 進数で $\boxed{\text{セソタチ}}_{(\boxed{\text{ア}})}$ となり， 10 進数の $\boxed{\text{ツテトナ}}_{(10)}$ を表すことができる。

第５問（選択問題）（配点 25）

〔１〕 2 つの整数 693 と 462 について考える。

(1) 693 の正の約数の数は $\boxed{\text{アイ}}$ 個で，462 の正の約数の数は $\boxed{\text{ウエ}}$ 個である。また，693 と 462 の最大公約数は $\boxed{\text{オカキ}}$ で，最小公倍数は $\boxed{\text{クケコサ}}$ である。

(2) 693 と 462 を係数にもつ 1 次不定方程式で整数解を持つのは $\boxed{\text{シ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{シ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから 1 つ選べ。

⓪ $693x + 462y = 1150$
① $693x + 462y = 1155$
② $693x + 462y = 1160$
③ $693x + 462y = 1165$
④ $693x + 462y = 1170$

(3) 1 次不定方程式 $\boxed{\text{シ}}$ の整数解は n を整数とすると，

$$x = \boxed{\text{ス}}\, n + \boxed{\text{セ}}, \quad y = \boxed{\text{ソタ}}\, n + \boxed{\text{チ}}$$

である。ただし，$\boxed{\text{セ}}$ は最小の正の整数とする。

また，$\boxed{\text{シ}}$ の整数解のうち，x, y ともに正の整数である解の個数は $\boxed{\text{ツ}}$ である。

〔２〕 2020 年 4 月〜2021 年 3 月の月別の新型コロナウイルス (COVID-19) 感染者数 x と平均気温 y の関係を調べる。

グラフ化の都合上，x の 0 人 〜 120000 人を 0 〜 100 に相対化した X と，y の 0 ℃ 〜 30 ℃を 0 〜 100 に相対化した Y を作って，表 1 にまとめた。相対化した値は，小数第 2 位を四捨五入してある。例えば，2021 年 1 月の平均気温 5.4 ℃を相対化すると，$\boxed{\text{アイ}}$. $\boxed{\text{ウ}}$ である。

なお，数値による解答は小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位までの数値で表記すること。解答が 1 や 2 のような整数になる場合も，それぞれ 1.0 と 2.0 のように表記すること。

年/月	x	X	y	Y
2020/ 4	12089	10.1	12.8	42.7
5	2511	2.1	19.5	65.0
6	1747	1.5	23.2	77.3
7	17373	14.5	24.3	81.0
8	31981	26.7	29.1	97.0
9	15045	12.5	24.2	80.7
10	17529	14.6	17.5	58.3
11	47158	39.3	14.0	46.7
12	86541	72.1	7.7	25.7
2021/ 1	117926	98.3	5.4	$\boxed{\text{アイ}}$. $\boxed{\text{ウ}}$
2	41848	34.9	8.5	28.3
3	43200	36.0	12.8	42.7
合計	434948	362.6	199.0	663.4

表 1:　新型コロナウイルス感染者と平均気温のデータ
（出典：厚生労働省と気象庁のホームページより）

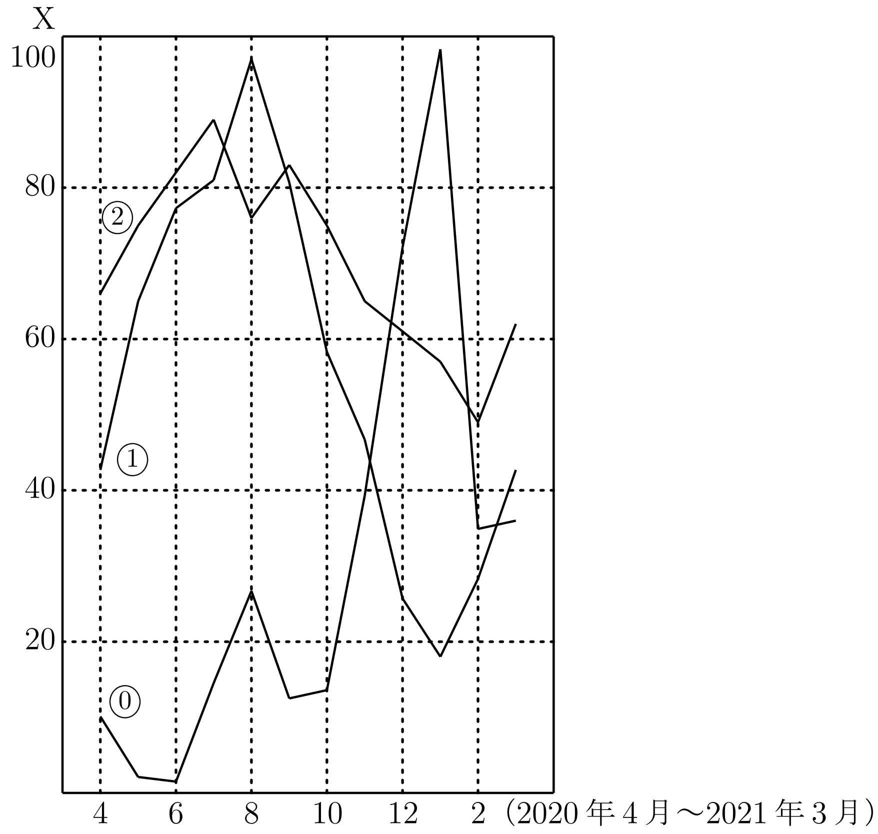

図 2:　折れ線グラフの選択肢

(1) 図 2 において，X の折れ線グラフは $\boxed{\text{エ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{エ}}$ には当てはまるものを，図 2 中の折れ線グラフ ⓪〜 ② のうちから 1 つ選べ。

(2) X の平均値は $\boxed{\text{オカ}}$. $\boxed{\text{キ}}$ ，中央値は $\boxed{\text{クケ}}$. $\boxed{\text{コ}}$ ，第 1 四分位数は $\boxed{\text{サシ}}$. $\boxed{\text{ス}}$ ，第 3 四分位数は $\boxed{\text{セソ}}$. $\boxed{\text{タ}}$ であるから，その箱ひげ図は $\boxed{\text{チ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{チ}}$ には当てはまるものを，図 3 中の箱ひげ図 ⓪ ～ ② のうちから 1 つ選べ。

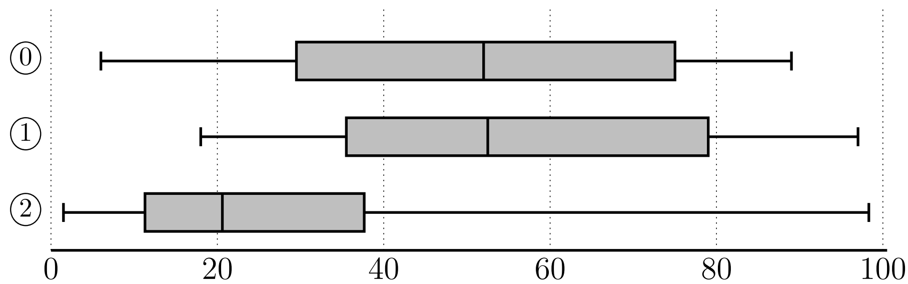

図 3: 箱ひげ図の選択肢

(3) 2 つのデータ A, B の相関係数 r は，A と B の共分散を A の標準偏差と B の標準偏差の積で割ったものであり，$-1 \leqq r \leqq 1$ の範囲の値になる。

r が正であれば，一方のデータが増加するときに，他方のデータは $\boxed{\text{ツ}}$ 傾向にあり，r が負であれば，一方のデータが増加するときに，他方のデータは $\boxed{\text{テ}}$ 傾向にある。この傾向は r の絶対値が 1 に近いほど強くなる。

ただし，$\boxed{\text{ツ}}$ と $\boxed{\text{テ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ② のうちから 1 つ選べ。 なお，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 減少する　　① 変化しない　　② 増加する

(4) 2 つのデータ A, B の相関係数 r が

$r < -0.6$ のとき，A と B の間には強い負の相関がある，
$-0.6 \leqq r < -0.2$ のとき，A と B の間には弱い負の相関がある，
$-0.2 \leqq r \leqq 0.2$ のとき，A と B の間には相関はない
$0.2 < r \leqq 0.6$ のとき，A と B の間には弱い正の相関がある，
$0.6 < r$ のとき，A と B の間には強い正の相関がある

ということにする。

X と Y の共分散を -479.8 とし，X, Y の標準偏差をそれぞれ 27.9, 24.2 とすると， X と Y の間には $\boxed{\text{ト}}$ 。

ただし，$\boxed{\text{ト}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 強い負の相関がある
① 弱い負の相関がある
② 相関はない
③ 弱い正の相関がある
④ 強い正の相関がある

(5) 相対化 する前の新型コロナウイルス感染者数 x と平均気温 y の相関係数は，相対化した X と Y の相関係数と比べると $\boxed{ナ}$ 。
なお，相対化したときの小数第 2 位の四捨五入による誤差は考えない。

よって，気温が低くなると，新型コロナウイルス感染者数は，$\boxed{ニ}$ 傾向にあると言える。

ただし，$\boxed{ナ}$ には当てはまるものを下の ⓪ ～ ② のうちから 1 つ選び，$\boxed{ニ}$ には当てはまるものを下の ③ ～ ⑤ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 小さくなる	① 一致する	② 大きくなる
③ 減少する	④ 変化しない	⑤ 増加する