デジタルハリウッド大学

2023 年度　一般選抜　A 方式

数学　［60 分］

【 注 意 事 項 】

1. 試験監督の指示があるまでは、問題冊子は開かないこと。
2. 試験監督から指示があったら、解答用紙に氏名・受験番号を正確に記入し、受験番号マーク欄にも受験番号を正確にマークすること。
3. 試験開始の合図後、この問題冊子を開き、20 ページ（白紙ページ含む）揃っているか確認すること。
4. 乱丁、落丁、印刷不鮮明などがある場合は、手を挙げて試験監督に知らせること。
5. 解答は、すべて別紙の解答用紙の解答欄にマークすること。
6. 試験開始から終了までの間は、試験教室から退出できません。
7. 不正行為を行った場合は、その時点で受験の中止と退室を指示され、同日受験したすべての科目の成績が原則無効となる。
8. 解答用紙は試験終了後、回収される。問題冊子は持ち帰っても良い。
9. 第 4 問と第 5 問は選択問題である。どちらか 1 問を選んで解答すること。両方解答した場合は、第 4 問と第 5 問の得点は全て無効となる。

第１問（配点 25）

〔１〕 n を十進法で表した正の整数とする。

命題 A：n の各桁の数の和が 3 の倍数ならば，n は 3 の倍数である

について考える。

(1) 命題 A の対偶の命題は $\boxed{\text{ア}}$，逆の命題は $\boxed{\text{イ}}$，裏の命題は $\boxed{\text{ウ}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ ～ $\boxed{\text{ウ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ⑤ のうちから１つずつ選べ。 なお，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ n が 3 の倍数ならば，n の各桁の数の和は 3 の倍数である
① n が 3 の倍数ならば，n の各桁の数の和は 3 の倍数でない
② n が 3 の倍数でなければ，n の各桁の数の和は 3 の倍数である
③ n が 3 の倍数でなければ，n の各桁の数の和は 3 の倍数でない
④ n の各桁の数の和が 3 の倍数でなければ，n は 3 の倍数である
⑤ n の各桁の数の和が 3 の倍数でなければ，n は 3 の倍数でない

(2) n が 0 〜 9 の数 a, b, c によって十進法で abc と表記されるとき，

$$n = \boxed{\text{エオカ}}\,a + \boxed{\text{キク}}\,b + c$$

$$= \boxed{\text{ケコ}}\,a + \boxed{\text{サ}}\,b + (a+b+c)$$

である。n の桁数に関係なく同様のことが分かるから，n が 3 で割り切れれば，$a+b+c$ は 3 で割り切れる。

また，$a+b+c$ が 3 で割り切れると仮定して考えると，

条件「正の整数 n の各桁の和が 3 で割り切れる」

は，

条件「n は 3 の倍数である」

ための $\boxed{\text{シ}}$ 。

同様に考えると，

条件「n の各桁の和が 6 で割り切れる」

は，

条件「n は 6 の倍数である」

ための $\boxed{\text{ス}}$ 。

そして，

条件「n の各桁の和が 9 で割り切れる」

は，

条件「n は 9 の倍数である」

ための $\boxed{\text{セ}}$ 。

ただし，$\boxed{\text{シ}}$ 〜 $\boxed{\text{セ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪〜③ のうちから 1 つずつ選べ。なお，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ 必要十分条件である
① 十分条件ではあるが，必要条件ではない
② 必要条件ではあるが，十分条件ではない
③ 必要条件でも十分条件でもない

〔２〕 環境省 「自然環境局 生物多様性センター」で行われた，ひっつきむし（動物付着散布型の草本の果実）の分布調査より，イガオナモミのデータを下の表 1 に示す (参考:https://www.biodic.go.jp/reports/5-3/o025.html)。表 1 ではイガオナモミの果実（以下，単に果実とする）の長さを x (mm) で表し，その相対度数を y で表している。ただし，データは全体の特徴を変えない程度に調整してある。

なお，数値による解答は小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位までの数値で表記することとする。解答が 1 や 2 のような整数になる場合も，それぞれ 1.00 と 2.00 のように表記することとする。

x	y	xy	x^2	x^2y
8.00	0.02	0.16	64.00	1.28
10.00	0.02	0.20	100.00	2.00
12.00	0.07	0.84	144.00	10.08
14.00	0.11	1.54	196.00	21.56
16.00	0.20	3.20	256.00	51.20
18.00	0.31	5.58	324.00	100.44
20.00	0.17	3.40	400.00	68.00
22.00	0.08	1.76	484.00	38.72
24.00	0.02	0.48	576.00	11.52
合計	1.00	17.16	2544.00	304.80

表 1:　イガオナモミの果実の長さのデータ

(1) 果実の長さ (x) の平均は $\boxed{アイ}$. $\boxed{ウエ}$ mm であり，階級 8.00mm の偏差は $\boxed{オカ}$. $\boxed{キク}$ mm である。

(2) 果実の長さ (x) の最頻値は $\boxed{ケコ}$. $\boxed{サシ}$ mm で，中央値は $\boxed{スセ}$. $\boxed{ソタ}$ mm である。

(3) 果実の長さ (x) の第一四分位数は $\boxed{チツ}$. $\boxed{テト}$ mm で，第三四分位数は $\boxed{ナニ}$. $\boxed{ヌネ}$ mm である。よって，果実の長さ (x) の四分位範囲は $\boxed{ノ}$. $\boxed{ハヒ}$ mm である。

(4) 果実の長さ (x) の分散は $\boxed{フヘ}$. $\boxed{ホマ}$ であり，標準偏差は $\boxed{ミ}$ である。

ただし，$\boxed{ミ}$ には最も近いものを，下の ⓪～⑤ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 2.21	① 2.71	② 3.21
③ 3.71	④ 4.21	⑤ 4.71

第２問（配点 25）

$\triangle$ABC は AB $= \sqrt{6}$, AC $= 2$ で $\angle$ABC $= 45^\circ$ とすると，

$$\sin 45^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ア}}}}{\boxed{\text{イ}}}, \qquad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}$$

であるから，BC $= \sqrt{\boxed{\text{オ}}} \pm \boxed{\text{カ}}$ である。

よって，条件を満たす $\triangle$ABC は 2 つの場合があり，B に近い方の頂点 C を C_1 で，遠い方を C_2 で表すことにする。

(1) $C_1C_2 = \boxed{\text{キ}}$ であり，$\triangle AC_1C_2$ は $\boxed{\text{ク}}$ である。

ただし，$\boxed{\text{ク}}$ には当てはまるものを，下の ⓪～⑤ のうちから 1 つ選べ。

⓪ 正三角形
① 鋭角二等辺三角形
② 直角二等辺三角形
③ 鈍角二等辺三角形
④ 正三角形でも二等辺三角形でもない鋭角三角形
⑤ 正三角形でも二等辺三角形でもない鈍角三角形

(2) $\triangle ABC_1$ の外接円の半径は $\sqrt{\boxed{ケ}}$ であり，その中心を O とすると，

四角形 AOC_1C_2 は $\boxed{コ}$ である。

ただし，$\boxed{コ}$ には当てはまるものを，下の ⓪〜⑥ から 1 つ選べ。

⓪ 正方形
① 長方形
② 平行四辺形
③ ひし形
④ 台形
⑤ 凧形（たこ形、隣り合った 2 本の辺の長さが等しい組が 2 組ある四角形）
⑥ 上記 ⓪〜⑤ にあたらない四角形

(3) $\angle AOB = \boxed{サシス}^\circ$ であるから，四角形 $AOBC_2$ は円に $\boxed{セ}$ 。

ただし，$\boxed{セ}$ には当てはまるものを，下の ⓪，① から 1 つ選べ。

⓪ 内接する　　① 内接しない

(4) OC_2 と AB の交点を D とすると，

$$AD = \sqrt{\boxed{ソ}} - \sqrt{\boxed{タ}}, \quad DB = \sqrt{\boxed{チ}}$$

である。

(5) OC_2 と AC_1 の交点を E とし，BE の延長が AC_2 と交わる点を F とすると，

$$AF = \frac{\boxed{ツ} - \sqrt{\boxed{テ}}}{\boxed{ト}}, \quad FC_2 = \frac{\boxed{ナ} + \sqrt{\boxed{ニ}}}{\boxed{ヌ}}$$

である。

第３問（配点 25）

第２問のように条件を満たす三角形が存在するか考える。

△ABC において，$AB = \sqrt{6}$，$\angle ABC = 45°$ とする。そして，a を正の実数として，$AC = a$ とする。

BC を x で表し，余弦定理を適用して式を整理すると，x についての 2 次方程式

$$x^2 - \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}\,x + \boxed{\text{ウ}} - a^2 = 0$$

が得られる。

辺 AC の長さ a と 辺 BC の長さ x の関係を包括的に調べるために，2 次関数

$$y = x^2 - \boxed{\text{ア}}\sqrt{\boxed{\text{イ}}}\,x + \boxed{\text{ウ}} - a^2$$

を作ると，この 2 次関数のグラフの頂点は

$$\left(\sqrt{\boxed{\text{エ}}},\ \boxed{\text{オ}} - a^2\right)$$

である。

(1) 2 次関数のグラフと x 軸の交点が辺 BC の長さであるから，

$$\boxed{\text{オ}} - a^2 > 0$$

のときは，条件を満たす $\triangle$ABC は存在しないことが分かる。このような a の範囲は

$$0 < a < \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$$

である。

(2) $\boxed{\text{オ}} - a^2 = 0$ のとき，すなわち $a = \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ のとき，グラフは x 軸と接する。よって，条件を満たす $\triangle$ABC は 1 つだけ存在する。

このとき，$\text{BC} = \sqrt{\boxed{\text{キ}}}$ である。

(3) $\boxed{\text{オ}} - a^2 < 0$ のとき，グラフは x 軸と 2 点で交わる。

これら 2 つの交点の x 座標は，グラフの頂点の座標を使うと，

$$\sqrt{\boxed{\text{ク}}} \pm \sqrt{a^2 - \boxed{\text{ケ}}}$$

と表すことができるが，

$$\sqrt{\boxed{\text{ク}}} \quad \boxed{\text{コ}} \quad \sqrt{a^2 - \boxed{\text{ケ}}} \quad \boxed{\text{サ}} \quad 0$$

のときは，辺の長さとしては不適である。よって，これを解いて

$$a \quad \boxed{\text{シ}} \quad \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$$

のときは，条件を満たす三角形は 1 つだけになる。

ただし，$\boxed{\text{コ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ② から 1 つ選べ。

⓪ $+$　　① $-$　　② $\pm$

また，$\boxed{\text{サ}}$ と $\boxed{\text{シ}}$ には当てはまるものを，下の③ ～ ⑦ から 1 つずつ選べ。なお，同じものを繰り返し選んでもよい。

③ $>$　　④ $<$　　⑤ $\geqq$　　⑥ $\leqq$　　⑦ $\fallingdotseq$

(4)　$a = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ のとき，　$\mathrm{BC} = \boxed{\textbf{セ}}\sqrt{\boxed{\textbf{ソ}}}$ である。

(5)　$\triangle\mathrm{ABC}$ は，$\mathrm{AC} = \sqrt{\boxed{\text{カ}}}$ のとき $\boxed{\textbf{タ}}$ であり，

$\mathrm{AC} = \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ のとき $\boxed{\textbf{チ}}$ である。

以上のことにより，$\sqrt{\boxed{\text{カ}}} < \mathrm{AC} < \sqrt{\boxed{\text{ス}}}$ のとき，条件 $\mathrm{AB} = \sqrt{6}$，$\angle\mathrm{ABC} = 45^\circ$ を満たす $\triangle\mathrm{ABC}$ は 2 つあることが分かった。

ただし，$\boxed{\text{タ}}$ と $\boxed{\text{チ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪～④ から 1 つずつ選べ。なお，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪　正三角形
①　$\angle\mathrm{BCA}$ が直角である二等辺三角形
②　$\angle\mathrm{CAB}$ が直角である二等辺三角形
③　直角を持たない二等辺三角形
④　正三角形でも二等辺三角形でもない三角形

第４問と第５問のうちのどちらか１問を選んで解答せよ。

第４問（選択問題）（配点 25）

不等式について考える。

ただし，$\boxed{ア}$ ，$\boxed{カ}$ ，$\boxed{キ}$ ，$\boxed{ケ}$ ，$\boxed{サ}$ ，$\boxed{ニ}$ ，$\boxed{ヌ}$ ，$\boxed{ハ}$ 及び $\boxed{ヒ}$ （それぞれの四角の枠を短くしてある）には当てはまるものを，下の ⓪〜⑤のうちから1つずつ選べ。なお，同じものを繰り返し選んでもよい。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$　　④ $=$　　⑤ $\fallingdotseq$

(1) $|\,5x-3\,| \geqq 7$ の解は

$$x \ \boxed{ア}\ \frac{\boxed{イウ}}{\boxed{エ}}, \quad \boxed{オ}\ \boxed{カ}\ x$$

である。

(2) 2 次方程式 $x^2-2x+a=0$ は

a $\boxed{キ}$ $\boxed{ク}$ のとき異なる 2 個の実数解を持ち，

a $\boxed{ケ}$ $\boxed{ク}$ のとき，重解 $\boxed{コ}$ を持ち，

a $\boxed{サ}$ $\boxed{ク}$ のとき，実数解を持たない。

(3) a $\boxed{キ}$ $\boxed{ク}$ のとき，2 次不等式 $x^2-2x+a<0$ は実数解

$$\boxed{シ} - \sqrt{\boxed{ス}-a} < x < \boxed{セ} + \sqrt{\boxed{ソ}-a}$$

を持つ。

よって，$a=-1$ のとき，この 2 次不等式の整数解の個数は $\boxed{タ}$ 個である。

(4) a を整数として，連立不等式

$$\begin{cases} |5x-3| \geqq 7 \\ x^2-2x+a<0 \end{cases}$$

を考える。

(i) この連立不等式が解を持たないのは，$a \geqq \boxed{\text{チ}}$ のときである。

(ii) $a = \boxed{\text{ツテ}}$, $\boxed{\text{トナ}}$ のときは 連立不等式の解は

$$\boxed{\text{オ}}\ \boxed{\text{ニ}}\ x\ \boxed{\text{ヌ}}\ \boxed{\text{セ}}+\sqrt{\boxed{\text{ソ}}-a}$$

である。

なお，$\boxed{\text{ツテ}}$, $\boxed{\text{トナ}}$ は解答の順序を問わない。

(iii) $a \leqq \boxed{\text{ネノ}}$ のとき，解は

$$\boxed{\text{シ}}-\sqrt{\boxed{\text{ス}}-a}\ \ \boxed{\text{ハ}}\ x\ \boxed{\text{ヒ}}\ \frac{\boxed{\text{イウ}}}{\boxed{\text{エ}}},$$

$$\boxed{\text{オ}}\ \boxed{\text{ニ}}\ x\ \boxed{\text{ヌ}}\ \boxed{\text{セ}}+\sqrt{\boxed{\text{ソ}}-a}$$

である。

(iv) この連立不等式の解に 3 個の整数を含むような最大の a は $\boxed{\text{フヘ}}$

であり，このときの整数解は小さい方から $\boxed{\text{ホマ}}$, $\boxed{\text{ミ}}$, $\boxed{\text{ム}}$

である。

第５問（選択問題）（配点 25）

2つの正方形が1つの頂点Aを共有している。一方の正方形の頂点を $\mathrm{A}, \mathrm{B}_1, \mathrm{C}_1, \mathrm{D}_1$ とし，この正方形を正方形1とする。他方の正方形の頂点を $\mathrm{A}, \mathrm{B}_2, \mathrm{C}_2, \mathrm{D}_2$ とし，この正方形を正方形2とする（図1参照）。

頂点Aから出発して，サイコロを振って出た目の数だけ

$$\mathrm{B}_1, \mathrm{C}_1, \mathrm{D}_1, \mathrm{A}, \mathrm{B}_2, \mathrm{C}_2, \mathrm{D}_2, \mathrm{A}, \mathrm{B}_1, \mathrm{C}_1, \ldots$$

と進み，続けて2回目のサイコロを振って，1回目で止まった頂点から2回目に出た目の数だけ進むことにする。

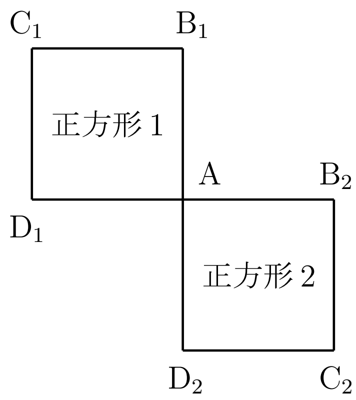

図 1:　2つの正方形

(1) サイコロを2回振ったとき，一度もAを通り過ぎることなく，ちょうどAに止まる場合の数は $\boxed{\text{ア}}$ であり，その確率は $\dfrac{\boxed{\text{イ}}}{\boxed{\text{ウエ}}}$ である。

(2) サイコロを2回振ったとき，Aを一度だけ通り過ぎた後，ちょうどAに止まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カキ}}}$ である。

(3) サイコロを 2 回振ったとき，A を二度通り過ぎた後，ちょうど A に止まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{ク}}}{\boxed{\text{ケコ}}}$ である。

(4) サイコロを 2 回振ったとき，A を三度通り過ぎた後，ちょうど A に止まる確率は $\boxed{\text{サ}}$ である。

(5) サイコロを 2 回振ったとき，A に止まる確率は $\dfrac{\boxed{\text{シ}}}{\boxed{\text{ス}}}$ である。

(6) サイコロを 2 回振ったとき，A に止まらない確率は $\dfrac{\boxed{\text{セ}}}{\boxed{\text{ソ}}}$ である。

(7) サイコロを 1 回振ったときに止まることにする。このとき，2 回目を振って止まった頂点が正方形の同じ辺に属している確率は $\dfrac{\boxed{\text{タ}}}{\boxed{\text{チツ}}}$ である。

(8) サイコロを 2 回振ったとき，正方形 1 に止まる確率は $\dfrac{\boxed{テ}}{\boxed{トナ}}$ である。

(9) サイコロを 2 回振ったとき，正方形 2 に止まる確率は $\dfrac{\boxed{ニ}}{\boxed{ヌ}}$ である。

(10) サイコロを 1 回振ったときに止まることにしたとき，正方形 1 に止まる確率は $\dfrac{\boxed{ネ}}{\boxed{ノ}}$ である。

サイコロを 1 回振って正方形 1 に止まったときに，2 回目を振って正方形 1 に止まる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{ハ}}{\boxed{ヒ}}$ である。

サイコロを 1 回振って正方形 1 に止まったときに，2 回目を振って正方形 2 に止まる条件付き確率は $\dfrac{\boxed{フ}}{\boxed{ヘ}}$ である。