デジタルハリウッド大学

2023 年度　一般選抜　B 方式

数学　［60 分］

【 注 意 事 項 】

1. 試験監督の指示があるまでは、問題冊子は開かないこと。
2. 試験監督から指示があったら、解答用紙に氏名・受験番号を正確に記入し、受験番号マーク欄にも受験番号を正確にマークすること。
3. 試験開始の合図後、この問題冊子を開き、20 ページ（白紙ページ含む）揃っているか確認すること。
4. 乱丁、落丁、印刷不鮮明などがある場合は、手を挙げて試験監督に知らせること。
5. 解答は、すべて別紙の解答用紙の解答欄にマークすること。
6. 試験開始から終了までの間は、試験教室から退出できません。
7. 不正行為を行った場合は、その時点で受験の中止と退室を指示され、同日受験したすべての科目の成績が無効となる。
8. 解答用紙は試験終了後、回収される。問題冊子は持ち帰っても良い。
9. 第 4 問と第 5 問は選択問題である。どちらか 1 問を選んで解答すること。両方解答した場合は、第 4 問と第 5 問の得点は全て無効となる。

第１問（配点 25）

〔１〕 $a,\ b$ を実数として，整式 $x^3+ax^2+27x+b$ は

$$(x+3)(x-p)^2$$

と因数分解できたとする。

(1) x の係数を比較すると，

$$27 = p^2 - \boxed{\text{ア}}\,p$$

であるから，$p = \boxed{\text{イウ}}$，$\boxed{\text{エ}}$ である。

(2) $p = \boxed{\text{イウ}}$ のとき，$a = \boxed{\text{オ}}$，$b = \boxed{\text{カキ}}$ である。

(3) $p = \boxed{\text{エ}}$ のとき，$a = \boxed{\text{クケコ}}$，$b = \boxed{\text{サシス}}$ である。

〔２〕　数字が書かれた 6 枚のカードから 3 枚を選ぶことについて考える。

(1) 6 枚のカード $\boxed{\mathbf{1}}$, $\boxed{\mathbf{2}}$, $\boxed{\mathbf{3}}$, $\boxed{\mathbf{4}}$, $\boxed{\mathbf{5}}$, $\boxed{\mathbf{6}}$ から 3 枚を選ぶ方法は全部で $\boxed{\text{アイ}}$ 通りである。

また，選んだ 3 枚のカードで 3 桁の数を作るとき， 全部で $\boxed{\text{ウエオ}}$ 通りできる。

(2) 6 枚のカード $\boxed{\mathbf{1}}$, $\boxed{\mathbf{1}}$, $\boxed{\mathbf{2}}$, $\boxed{\mathbf{2}}$, $\boxed{\mathbf{3}}$, $\boxed{\mathbf{3}}$ から 3 枚を選ぶとき，数字の組合せは全部で $\boxed{\text{カ}}$ 通りである。

また，選んだ 3 枚のカードで 3 桁の数を作るとき， 全部で $\boxed{\text{キク}}$ 通りできる。

(3) 6 枚のカード $\boxed{\mathbf{1}}$, $\boxed{\mathbf{1}}$, $\boxed{\mathbf{2}}$, $\boxed{\mathbf{2}}$, $\boxed{\mathbf{3}}$, $\boxed{\mathbf{3}}$ から 3 枚を選んで 3 桁の数を作るとき，異なる奇数は全部で $\boxed{\text{ケコ}}$ 通りできる。また，その中で最大の素数は $\boxed{\text{サシス}}$ である。

第２問（配点 25）

a を実数として，グラフの共有点について考える。

$$\begin{cases} y = x^2 & \cdots\cdots\cdots\cdots ① \\ y = 2x + a & \cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

(1)　① と ② のグラフが接するのは $a =$ $\boxed{\text{アイ}}$ のときであり，このときの接点の座標は $\left(\boxed{\text{ウ}}, \boxed{\text{エ}} \right)$ である。

(2)　① と ② のグラフが異なる 2 点で交わるのは

a $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{アイ}}$ のときである。このとき，2 つの交点の x 座標は

$$x = \boxed{\text{カ}} \pm \sqrt{\boxed{\text{キ}} + a}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{オ}}$ には当てはまるものを，下の ⓪ ～ ④ のうちから 1 つ選べ。

⓪ $>$　　① $<$　　② $\geqq$　　③ $\leqq$　　④ $\neq$

(3) ① と ② のグラフの 2 つの共有点の x 座標の符号が異なるのは，

a $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{ク}}$ のときである。

(4) a $\boxed{\text{オ}}$ $\boxed{\text{ク}}$ として，① と ② のグラフの共有点のうち，x 座標がが正である方を P, 負である方を Q とする。

P, Q と原点 O を頂点とする △OPQ の面積は $a\sqrt{\boxed{\text{ケ}}+a}$ である。

線分 OP と x 軸の正の向きがなす角を θ_1 とし，線分 OQ と x 軸の正の向きがなす角を θ_2 とすると，

$$\tan\theta_1 = \boxed{\text{コ}} + \sqrt{\boxed{\text{サ}} + a}$$

$$\tan\theta_2 = \boxed{\text{シ}} - \sqrt{\boxed{\text{ス}} + a}$$

である。

$\angle\mathrm{POQ} = 90^\circ$ のとき，$a = \boxed{\text{セ}}$ であり，交点 P, Q の座標は

$$\mathrm{P}\left(\boxed{\text{ソ}} + \sqrt{\boxed{\text{タ}}},\ \boxed{\text{チ}} + \boxed{\text{ツ}}\sqrt{\boxed{\text{テ}}}\right)$$

$$\mathrm{Q}\left(\boxed{\text{ト}} - \sqrt{\boxed{\text{ナ}}},\ \boxed{\text{ニ}} - \boxed{\text{ヌ}}\sqrt{\boxed{\text{ネ}}}\right)$$

である。

(5) ① のグラフを x 軸方向に 1, y 軸方向に 2 だけ平行移動したグラフを表す 2 次関数の式は

$$y = x^2 - \boxed{\text{ノ}}\,x + \boxed{\text{ハ}}$$

である。この 2 次関数のグラフと $a = \boxed{\text{セ}}$ のときの直線 ② の共有点の座標は

$$\left(\boxed{\text{ヒ}} + \sqrt{\boxed{\text{フ}}},\ \boxed{\text{ヘ}} + \boxed{\text{ホ}}\sqrt{\boxed{\text{マ}}}\right)$$

$$\left(\boxed{\text{ミ}} - \sqrt{\boxed{\text{ム}}},\ \boxed{\text{メ}} - \boxed{\text{モ}}\sqrt{\boxed{\text{ヤ}}}\right)$$

である。

第３問（配点 25）

xy 平面において，長さ 1 の線分の一方の端点を原点 O に置き，他方の端点 X を A$(1, 0)$ に置く。この線分を原点を中心に反時計回りに θ $(0^\circ \leqq \theta \leqq 180^\circ)$ だけ回転したときの X の位置を X_θ で表すと，

$$\mathrm{X}_\theta\left(\boxed{\text{ア}}, \boxed{\text{イ}}\right)$$

である。

$\theta = 30^\circ$ のときの X の位置を B として具体的に表すと，

$$\mathrm{B}\left(\frac{\sqrt{\boxed{\text{ウ}}}}{\boxed{\text{エ}}}, \frac{\boxed{\text{オ}}}{\boxed{\text{カ}}}\right)$$

である。

ただし，$\boxed{\text{ア}}$ と $\boxed{\text{イ}}$ には当てはまるものを下の ⓪ ～ ② のうちから 1 つずつ選べ。

⓪ $\sin\theta$　　① $\cos\theta$　　② $\tan\theta$

次に，$\angle$AOB の二等分線が線分 AB と交わる点を P とし，B から線分 OA に下した垂線と OA の交点を Q，P から線分 OA に下した垂線と OA の交点を R とする。

(1) △AQB と △ARP は相似比 $\boxed{\text{キ}}$: $\boxed{\text{ク}}$ の相似な直角三角形であるから，

$$\text{PR} = \frac{\boxed{\text{ケ}}}{\boxed{\text{コ}}}, \qquad \text{AR} = \frac{\boxed{\text{サ}} - \sqrt{\boxed{\text{シ}}}}{\boxed{\text{ス}}}$$

である。

(2) $\sin 15^\circ = \boxed{\text{セ}}$ であるから，具体的に表すと

$$\sin 15^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ソ}}} - \sqrt{\boxed{\text{タ}}}}{\boxed{\text{チ}}}$$

である。これより，三角比の性質を用いると，

$$\cos 15^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ツ}}} + \sqrt{\boxed{\text{テ}}}}{\boxed{\text{ト}}}, \quad \tan 15^\circ = \boxed{\text{ナ}} - \sqrt{\boxed{\text{ニ}}}$$

である。

ただし，$\boxed{\text{セ}}$ には当てはまるものを下の ⓪ ～ ⑤ のうちから 1 つ選べ。

⓪ OP　① AP　② AQ　③ AR　④ PQ　⑤ BR

(3) 三角比の性質より，

$$\sin \boxed{\text{ヌネ}}^\circ = \cos 15^\circ, \qquad \cos \boxed{\text{ヌネ}}^\circ = \sin 15^\circ$$

$$\tan \boxed{\text{ヌネ}}^\circ = \boxed{\text{ノ}} + \sqrt{\boxed{\text{ハ}}}$$

も分かる。ただし，$\boxed{\text{ヌネ}}^\circ$ は鋭角とする。

(4) これまでと同様の考察を $\theta = 45^\circ$ で行うと

$$\sin \frac{45}{2}^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ヒ}} - \sqrt{\boxed{\text{フ}}}}}{\boxed{\text{ヘ}}}$$

$$\cos \frac{45}{2}^\circ = \frac{\sqrt{\boxed{\text{ホ}} + \sqrt{\boxed{\text{マ}}}}}{\boxed{\text{ミ}}}, \quad \tan \frac{45}{2}^\circ = \sqrt{\boxed{\text{ム}}} - \boxed{\text{メ}}$$

である。

第４問と第５問のうちのどちらか１問を選んで解答せよ。

第４問（選択問題） （配点 25）

公開されている最大震度とマグニチュード（地震のエネルギーを表す単位）のデータの関係を解析する。
（参考元：https://earthquake.tenki.jp/）

〔１〕 最近の宮城県沖を震源とする最大震度 2 と 4 の，それぞれの発生データ 20 件を表 1 と表 2 に示す。

表 1: 最大震度 2 の地震データ

発生日時	マグニチュード
2022/11/04 19:50	4.2
2022/10/28 18:24	3.6
2022/10/14 15:05	4.0
2022/10/14 07:31	4.2
2022/10/03 07:45	3.7
2022/09/19 03:12	4.0
2022/09/17 17:59	3.8
2022/08/12 09:48	4.4
2022/07/23 22:46	3.9
2022/07/09 02:20	4.2
2022/06/28 05:03	4.7
2022/06/12 18:06	4.4
2022/06/09 05:57	4.2
2022/06/09 02:27	4.4
2022/05/17 22:54	4.1
2022/05/09 03:36	3.9
2022/04/03 05:17	4.3
2022/04/02 07:36	3.9
2022/03/29 14:05	4.0
2022/03/26 13:15	3.9
合計	81.8

表 2: 最大震度 4 の地震データ

発生日時	マグニチュード
2022/07/06 05:10	5.4
2022/02/18 11:55	5.2
2021/04/18 09:29	5.8
2021/03/09 08:30	4.8
2020/09/12 11:44	6.1
2020/05/18 12:00	5.2
2020/04/20 05:39	6.1
2019/03/07 04:26	4.6
2018/10/26 03:36	5.7
2018/05/13 01:49	4.7
2018/03/23 06:32	5.1
2017/11/11 01:38	4.9
2016/11/12 06:43	5.8
2016/10/16 16:37	5.3
2015/05/13 06:12	6.8
2015/02/26 10:11	4.9
2014/12/18 03:45	4.5
2014/10/15 12:51	4.5
2014/06/09 06:10	4.6
2014/02/06 02:32	5.6
合計	105.6

数値による解答は小数第 2 位を四捨五入して小数第 1 位までの数値で表記すること。解答が 1 や 2 のような整数になる場合も，それぞれ 1.0 と 2.0 のように表記すること。

(1) 表 1 の最大震度 2 のマグニチュードのデータにおいて，最小値は

$\boxed{ア}$. $\boxed{イ}$ ，最大値は $\boxed{ウ}$. $\boxed{エ}$ ，平均値は $\boxed{オ}$. $\boxed{カ}$ である。

第 1 四分位数は $\boxed{キ}$. $\boxed{ク}$ ，中央値は $\boxed{ケ}$. $\boxed{コ}$ ，第 3 四分位数は

$\boxed{サ}$. $\boxed{シ}$ である。

また，このデータの箱ひげ図は $\boxed{ス}$ である。

ただし，$\boxed{ス}$ には当てはまるものを図 1 の箱ひげ図 ⓪ ～ ④ のうちから 1 つ選べ。

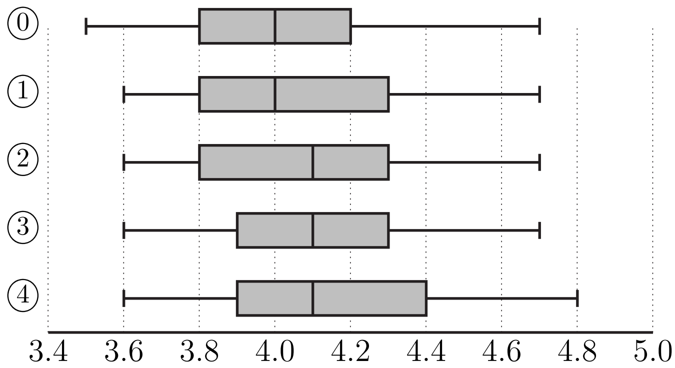

図 1: 最大震度 2 の地震データの箱ひげ図

(2) 表 2 の最大震度 4 のマグニチュードのデータにおいて，最小値は

$\boxed{セ}$. $\boxed{ソ}$ ，最大値は $\boxed{タ}$. $\boxed{チ}$ ，平均値は $\boxed{ツ}$. $\boxed{テ}$ である。

第 1 四分位数は $\boxed{ト}$. $\boxed{ナ}$ ，中央値は $\boxed{ニ}$. $\boxed{ヌ}$ ，第 3 四分位数は

$\boxed{ネ}$. $\boxed{ノ}$ である。

また，このデータの箱ひげ図は $\boxed{ハ}$ である。

ただし， $\boxed{ハ}$ には当てはまるものを図 2 の箱ひげ図 ⓪ ～ ④ のうちから 1 つ選べ。

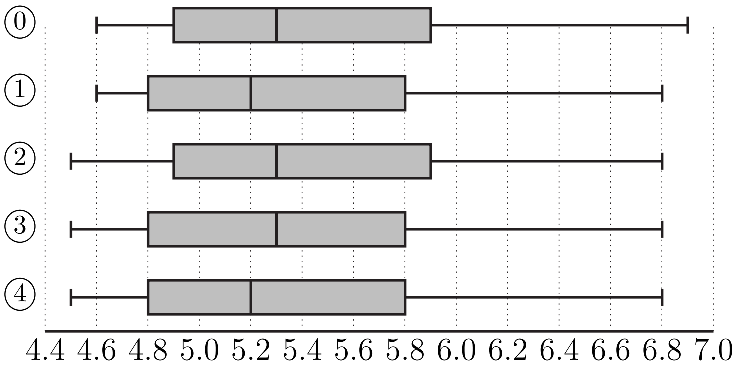

図 2: 最大震度 4 の地震データの箱ひげ図

(3) 表 1 と表 2 のデータにおいては，$\boxed{\text{ヒ}}$ 傾向がある。

ただし，$\boxed{\text{ヒ}}$ には当てはまるものを下の ⓪ ～ ② のうちから 1 つ選べ。

⓪ マグニチュードが大きいと，最大震度は小さい

① マグニチュードが大きいと，最大震度は大きい

② マグニチュードの大きさと最大震度は関係ない

〔２〕　収集した地震のデータにおいて，最大震度の平均値が 3.42，分散が 2.53，標準偏差が 1.59 であり，マグニチュードの平均値が 5.03，分散が 1.64，標準偏差が 1.28 であり，そして，最大震度とマグニチュードの共分散が 1.50 であるとき，最大震度とマグニチュードの相関係数は $\boxed{ア}$. $\boxed{イウ}$ である。（なお，震度 5 弱は 5，震度 5 強は 5.5 として計算し，震度 6 以上はデータが少ないので除外した。）

このとき，最大震度とマグニチュードは $\boxed{エ}$ 。

ただし，$\boxed{ア}$. $\boxed{イウ}$ は小数第 3 位を四捨五入して小数第 2 位までの数値で解答せよ。また，$\boxed{エ}$ には当てはまるものを下の ⓪ ～ ② のうちから 1 つを選べ。

⓪　正の相関関係がある

①　負の相関関係がある

②　相関関係はない

第５問（選択問題）（配点 25）

〔１〕　等式

$$x^2 = \frac{y+3}{y-5}$$

を満たす x, y の整数解について考える。

この等式は

$$\left(x^2 - \boxed{\text{ア}} \right) \left(y - \boxed{\text{イ}} \right) = \boxed{\text{ウ}}$$

と変形することができる。

(1)　$\boxed{\text{ウ}}$ の約数は，負の約数も含めると全部で $\boxed{\text{エ}}$ 個あるが，x が整数となるためには $x^2 - \boxed{\text{ア}} \geqq \boxed{\text{オカ}}$ でなければならない。

(2)　等式の整数解 $(x,\ y)$ を x の小さい方から並べると，

$$\left(\boxed{\text{キク}},\ \boxed{\text{ケ}} \right),\ \left(\boxed{\text{コ}},\ \boxed{\text{サシ}} \right),\ \left(\boxed{\text{ス}},\ \boxed{\text{セ}} \right)$$

である。

〔２〕 35 で割ったら 15 余り，49 で割ったら 22 余る正の整数を N とする。

(1) N を 35 で割ったときの商を x とし，49 で割ったときの商を y とすると，1 次不定方程式

$$35x - 49y = \boxed{ア}$$

が成り立つ。この不定方程式の整数解のうち、x が最小の正の整数である x, y の組は

$$x = \boxed{イ}, \quad y = \boxed{ウ}$$

であるから，n を整数として，一般解は

$$x = \boxed{イ} + \boxed{エ}\,n, \quad y = \boxed{ウ} + \boxed{オ}\,n$$

である。

(2) 正の整数 N の中で 3 桁の整数を考える。最小の N は $\boxed{カキク}$ であり，最大の N は $\boxed{ケコサ}$ である。

また，3 桁の正の整数 N の個数は $\boxed{シ}$ 個である。